書評

ノイマン
モルゲンシュテルン 共著

『遊戯の理論と經濟行動』

John von Neumann. and Oskar Margenstern: Theory of Games and Economic Behavior. Princeton. 1. ed. 1944. 2. ed. 1947. 641 pp.

關 恒 義

一

近代經濟理論の主要な一方向が靜學より動學へと發展しているとき、多くの理論家は、靜學はワルラス以來の傳統からすでに完成され究明し盡された領域として殆んど不問に附していた。從來靜學理論は均衡の概念を必須の前提とし、從つて均衡方程式系を採用することによつて極めて調和的に構成されている。その方程式系の導出に極大條件が適用され、均衡値の存在に一意決定性の假定が採用されることは、理論を調和的な體系に構成する爲に寧ろ要求せらるべきこととして多く常套手段とされていた。サムエルソンの「經濟分析の基礎」は、かゝる操作を背景とする近代經濟理論の一極値を示している。しかしながら反面かゝる常套手段に對する批判も又屢々提出されてきた。又單なる批判の域を越えようとする試みも續けられていた。しかしそれが更に理論的な展開を可能ならしむる程に生長し得たものは、ノイマン、モルゲンシュテルン共著の「遊戯の理論と經濟行動」をもつて嚆矢とする。二十世紀の前半を終えるにあたり、一方には近代經濟理論の、ある意味では決定的な理論としてサムエルソンのシステムが、又他方には鋭き理論的批判の書としての遊戯の理論が、殆んど時を同じうして吾々の前に提出された。一方には完成がそして他方には批判が、かゝる理論の宿命が如何なる發展の方向を指示するものであるかは、その批判が如何なる意味において提出され、あらたな理論の展開がどのような形において與えられているかを先ず理解することによつて得られるものであろう。先ず彼等の主張に從つてその意味をその展開を考察することとしよう。こゝでは、嚴密な數式の展開を與えない。遊戯の數學的な操作については再び機會を改めて考察することにする。

本書は次の樣に構成されている。

第一章　經濟問題の形式化
第二章　遊戯の一般形式的記述
第三章　零和二人遊戯、理論
第四章　零和二人遊戯、實例
第五章　零和三人遊戯

第六章　一般理論の形式化、零和n人遊戯
第七章　零和四人遊戯
第八章　五人以上に關する若干の注意
第九章　遊戯の合成と分解
第十章　單純遊戯
第十一章　一般の非零和遊戯
第十二章　支配と解の概念の擴張
附錄　效用の公理論

　このうち經濟理論の直接に關係する部分は第一章、第十一章、第十二章及び附錄である。

二

　本書の目的は、從來の經濟學書には用いられていなかつた新しい方法によつて經濟理論の基礎的な諸問題を正確に考察することにある。彼等は正確ということを特に强調する。普通經濟現象分析の基礎的な前提として、屢々數學的操作の援用を必要とするが、從來それが正確という意味においては必ずしも滿足な形のものであつたとはいゝがたい。彼等はいう。（五頁）「從來の經濟理論の數學的操作に滿足し得ないという氣持は多分に次の樣な事實に依存している。卽ちそれは證明を與えずに、單に言葉で表現せられることと全く同樣の主張を與えているに過ぎないということである。證明が與えられない所以は多く、數學的操作があまりにも廣汎複雜な對象に適用されすぎて經驗的な知識の不足している現段階においては、それ以上の數學的展開を期待し得ないという所に求められる。」と。例えば如何にすれば雇傭が安定するか、國家收入が增大するか等の問題は數學的な操作を與え得ぬ程に複雜であり、又その樣な問題を正確に解き得る程の經驗的な資料もない。吾々にとつて必要なのは數學的操作を許容し得るような單純な問題である。先ず個人の行動及び交換の最も單純な形式について、出來る限りのことを正確に知らねばならぬ。かゝる意味において彼等の研究の對象は靜態の問題、主として少數者の交換の問題に限定される。

　從來、これ等の問題への接近は個人の行動を分析することから爲されている。その樣な接近の重要性は否定し得ないが、その分析の前提として一般に所謂極大條件が採用される。卽ち消費者は效用の極大を得ようとし、企業者は利潤の極大を得ようと努めるという前提から出發する。この前提は普通極めて曖昧な形で提起されている。多くの理論にあつては、極大條件を社會から隔離された個人ロビンソン・クルーソーの直面する單純な極大問題と解釋する。ローザンヌ學派に對して著者達はいう。（十五頁）「この體系は社會經濟における個人間の相互依存關係を考慮してはいるものゝ、それは常に大きな制限の下においてのみである。屢々自由競爭が假定される。この假定が採用されるや、個人はすべて一定の條件に直面しロビンソン・クルーソーの樣に行動する。卽ちこの條件の下では、各個人は相互に獨立な彼等の滿足を極大ならしめようとする。更に他の制限

が採用されて、個人間に形成され得る結託の自由を排除してしまう。」と。もとより社會經濟における個人の行動は普通の極大問題と多くの點で類似している。しかしながら反面それは本質的にそれとは異つた性質をも備えている。即ち個人は他の個人との交換關係の中に入らねばならず、各個人の極大への行動が調和性を保證するとは限らない。そこにはお互に衝突しあう極大問題が交錯している。一個人の極大への行動は他の個人の極小への行動を必然的に結果する場合が屢々生じる。この様な交錯した極大問題の考察は單純な極大條件をもつてしては如何とも處理し得ない。著者達はかくして彼等が考察する經濟現象に對しては單純な極大條件を適用することを拒否する。

更に、普通均衡方程式系を用うる理論においては、經濟諸量の間に存在する諸關係を連立方程式をもつて表現し、連立方程式の數と未知數の數とが一致するときにこの均衡方程式系は一意的に解けるものとする。こゝに所謂一意決定性は數學的に嚴密に證明される規定ではない。均衡方程式系につきまとう大きな假定である。解に關するこのような假定を採用することはもとより著者達の意圖に反する。彼等はいう。（四十三頁）「吾々の問題は任意な先驗的原理によつて推論されるべきものを決定することではなく、諸力の均衡が何處にあるかを探究することである。」と。彼等の立場にあつては、解とは安定性を有する歸屬（分配量）の集合を意味し、均衡値は必ずしも一意的に表現される必要がない。即ち彼等は解の一意決定性の假定を否定する。

このように經濟現象の理論的な把握が單純な極大條件の適用によつて十分に爲し得られるものではなく、又解に關する一意決定性の假定によつて保證されるものでもないとして、それならば如何なる方法を援用すべきであろうか。こゝに著者達は新しい方法を提示する。それが即ち遊戲の理論の方法である。この方法によつて、從來の方法では解決し得なかつた幾多の經濟理論の諸問題への新しい接近が準備されるのである。

遊戲においては一遊戲者の極大への行動が他の遊戲者の極小を必然的に結果する場合が屢々生じ、各遊戲者の極大化行動は何等一意決定的な調和性を保證しない。例えば碁・將棋等においては、各遊戲者の技量の相違、用うべき戰法の相違によつて勝負が決定され、一方の極大（勝）は必ず他の極小（負）を決定する。この場合遊戲の勝負を支配するものは從來の均衡理論の意味における決定性ではない。均衡理論の決定性の場合には、各人の極大化行動は交換の又生產の諸條件を通して各人に歸屬されるべき諸財の量及び諸財の價格を一意的に決定しなければならない。これに反して遊戲の場合、又遊戲と全く同樣の形式を有する經濟現象の場合にあつては、多くの人の交錯する極大化行動の中に高々確率的な法則性が保證せられるのみである。例えば碁を何回か打つ場合「彼には三回のうち二回は勝てる。」という認識が生じてくる。この樣に何人かの交錯し合う行動、ないしは何回か反覆せられる不確實な諸現象に對しては

蓋然性が支配的である。かゝる蓋然性を確率的な法則性として理論的に構成する所に、彼等の最大の意圖がある。その法則性にもとづいて安定な歸屬卽ち解を求めること、それが最大の問題である。

かくの如くして構成せられた理論は、從來の靜態理論と如何に關聯するか。新しい方法の採用によつて、それは質的に全く異つた立場に立つことを企圖するものであろうか。彼等は次の樣にいう。（十一頁）「一般理論はすべての可能性を、すべての中間過程を、又すべてのそれ等の組合せを覆うものでなければならない。」と。それはあくまで從來の理論の內容をも包含しているものでなければならない。彼等が否定するものは不十分な條件であり、理論的に證明せられない假定である。それ等を否定することによつて更に一般的な條件を採用する。事實本書の九八頁以下には、遊戲者の極大化行動が一意決定性を保證する特殊な場合を考察している。

三

次に遊戲の理論の方法を簡單に說明しよう。

1 2……n は遊戲者を表わし、τ_i は i なる遊戲者が用いる戰法（strategy）を示すものとする。遊戲者は種々の戰法を用いて遊戲を行うわけであるが、普通用いられる戰法の數は有限個である。なぜならば、例えば痲雀のような複雜な遊戲においても有限個の牌の組合せが結局は種々の戰法を規定することとなるからである。したがつて τ_i の變域は有限個の自然數から成るものと見做して差支えない。遊戲者が種々の術策を用いて遊戲を行い、遊戲が完了するとき、必ず勝負が決定する。その關係を次の樣に規定する。

$$K_k = K_k(\tau_1, \cdots\cdots, \tau_n) \quad k=1, \cdots\cdots, n \qquad (1)$$

これを利得函數という。K_k は勝負であり、點數であり、又受授される金錢である。遊戲の理論の問題は、具體的な種々の遊戲の中に存在する共通の形式的な性質を抽象して(1)という函數系を公理的に作成し、この函數系の性質を考察することである。

二三必要な定義を述べておこう。零和とは利得の總和が零であることをいう。卽ち、

$$\sum_{k=1}^{n} K_k = 0$$

碁・將棋は零和である。それには勝を1とし、負を－1とすればよい。n 人遊戲とは遊戲者の數が n 人の場合をいう。從つて二人遊戲の場合には函數系(1)は

$$K_k = K_k(\tau_1, \tau_2) \quad k=1, 2 \qquad (2)$$

となる。零和の場合には、K_1 を K と表わせば K_2 は $-K$ となる。

さて函數系(1)の考察であるが、それには二つの基本的な操作が重要な役割を演ずる。その一つは零和二人遊戲の函數系(2)の數學的期望値（mathematical expectation）に鞍點（saddle point）の存在することである。數式的には次の樣に示される。(2)の數學的期望値とは、

$$K(\vec{\xi},\vec{\eta})=\sum_{\tau_1=1}^{\beta_1}\sum_{\tau_2=1}^{\beta_2}K(\tau_1,\tau_2)\xi_{\tau_1}\eta_{\tau_2}$$

$$\sum_{\tau_1=1}^{\beta_1}\xi_{\tau_1}=1,\ \sum_{\tau_2=1}^{\beta_2}\eta_{\tau_2}=1,\ \xi_{\tau_1}\geqq 0,\ \eta_{\tau_2}\geqq 0$$

であり、戰法を示す變數の各々に確率的な加重を附した双一次形式によつて示される。$\beta_1\beta_2$は各遊戯者の戰法の數である。鞍點が存在するということは、$K(\vec{\xi},\vec{\eta})$の値が$\vec{\xi}$に關しては極大となり、$\vec{\eta}$に關しては極小となるような點が存在することをいう。他の操作はn人遊戯において變數τ_iを適當に分類する操作である。これを結託(coalition, 正確には absolute coalition)という。その操作は變數を適當に二組に分類することによつてn人遊戯を零和二人遊戯に還元することを意圖している。數式的には次のように示される。函數系(1)の變數τ_iについて、例えば$\tau_1\cdots\cdots\tau_l$を一組に$\tau_{l+1}\cdots\cdots\tau_n$を他の一組に分類してその組の變數を新にまとめて$\tau_1'\tau_2'$とする。又

$$K'_{1'}(\tau_1',\tau_2')=\sum_{i=1}^{l}K_i(\tau_1,\cdots\cdots,\tau_n)$$

$$K'_{2'}(\tau_1',\tau_2')=\sum_{i=l+1}^{n}K_i(\tau_1,\cdots\cdots,\tau_n)$$

のような函數系を導入すれば、假想的な遊戯者1′2′に關して夫利得函數が定まることとなり、函數系(2)が得られる。この二つの操作が本書の理論構成にとつて正に本質的である。

先ず零和二人遊戯の場合を考察しよう。この場合、各遊戯者の利害は全く相反する故、兩者の極大化行動は函數系(2)そのものに安定な解が存在することを保證しない。この場合各遊戯者は寧ろその數學的期望値を極大にしようと努めると考えれば、かゝる確率的な意味における極大化行動は、すでに函數系(2)の數學的期望値に鞍點の存在することが證明せられていることにより、期望値の解の決定を保證する。即ちかゝる極大化行動は確率的な法則性を保證するわけである。これは先程の「三回に二回は勝てる。」という主張の理論的な規定ともなり得る。次に一般のn人遊戯の場合にあつては、零和二人遊戯の如く直接確定的な法則性を導出し得るような理論的な手掛りがない。この點將來考究せられるべき問題を殘してはいるが、この場合にあつても安定な解を導出するには一應十分な理論的手段がある。即ち結託の操作を導入することによつて一應虛構的な零和二人遊戯を作成する。そこにはすでに解が得られている。虛構的な零和二人遊戯は組合せによつて幾つか作成され得る故、解も又幾つか得られる。これ等の解がn人遊戯の場合における個人の歸屬(分配量)を決定すべき範圍を規定する。その範圍から安定な歸屬即ち解の集合が導出される。

こゝに解という概念は嚴密には如何なるものか。均衡方程式系を用うる理論にあつては、解とは均衡方程式系の解を意味するもので、經濟諸量の均衡値を示すものであつた。從つてそれは他の如何なる經濟諸量の組合せよりも、より好ましい組合せである。一意決定性の立場にあつてはこれは當然であろう。しかし遊戯の理論はその假定を否定する。從つて解の概念も異つてくる。それは數學的には次の樣に示される。

（一）歸屬の集合Sに含まれる如何なるyをとつても、Sに含まれる或るxによつて支配されることがない。

（二）Sに含まれない如何なるyもSに含まれる或るxによつて支配される。

かゝる集合Sを解と稱するのであるが、これによつて、從來順序集合にもとづいて形成された解の概念が準順序集合にもとづく概念へと一般化される。もし集合Sが唯一つの要素aのみからなるならば、一意決定性の場合となる。このときaは他の如何なる歸屬よりもより好ましい歸屬となる。

これが所謂遊戯の理論の方法である。

四

更に吾々は、この方法が經濟理論の問題にどのように適用され得るかを實例に從つて考察することにしよう。

今商品Aの一單位量を所有している賣手を1とし、その買手を2 3とする。1は商品Aにu圓の、2はv圓の、3はw圓の價値を夫々認めているものとしよう。交換が成立する爲には、少くとも買手の一人の認める價値の方が賣手の價値より高くなければならない。次の如く規定する。

$$u<v<w$$

各人は交換にあたり、賣値買値をつけあうわけであるが、この賣値買値をつけることが遊戯の戰法に相等する。この場合の利得函數は次の樣に規定せられる。P_1を賣手1の賣値とし、P_2 P_3を買手2 3の買値とする。そのとき、

$$p_1 \geqq v,\ p_2 \leqq u,\ p_3 \leqq w$$

となる。今

$$p_1<p_2,\ p_1<p_3$$

とすれば、交換は行われない故、その價値に移動がない。即ち、

$$u=K_1(p_1,p_2,p_3),\ o=K_2(p_1,p_2,p_3),\ o=K_3(p_1,p_2,p_3)$$

又、

$$p_2<p_1,\ p_2<p_3$$

とすれば、1より2へA商品が移動が生じ、

$$p_2=K_1(p_1,p_2,p_3),v-p_2=K_2(p_1,p_2,p_3),o=K_3(p_1,p_2,p_3)$$

又、

$$p_3<p_1,\ p_3<p_2$$

とすれば、1より3へA商品が移動し、

$$p_3=K_1(p_1,p_2,p_3),o=K_2(p_1,p_2,p_3),w-p_3=K_3(p_1,p_2,p_3)$$

このようにして、交換の問題が、三人遊戯の特別な場合に還元せられることとなる。こゝに遊戯の方法の適用が可能となるわけであるが、以下若干經濟的な意味を考察しておこう。賣手1と買手2とが結託する場合には、3が交換から除かれる故、1と2との利得の和はvとなり3は零である。同樣にして1と3とが結託すれば、兩者の利得の和はwで2は零となる。この場合解とは如何なる集合によつて規定せられるか。交換後の各人の利得從つて歸屬を夫々α_1 α_2 α_3とすれば、それ等が安定な解となる爲には、

$$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=w$$

となることが必要である。このことは交換の實權が結局は1と

3によつて決定せられることを意味している。買手2がv以下の價格を指定するならば、3はv以上、w以下の價格を指定することによつて2を驅逐し得る。卽ち、歸屬$(p_2, v-p_2, 0)$は、歸屬$(p_3, 0, w-p_3)$によつて支配される。更に歸屬$(p_3, 0, w-p_3)$を適當にとることによつてこの歸屬に屬さない歸屬は必ず支配される。從つてこの歸屬の集合が解となる。この場合の解の條件は、價格pがvとwの間に定まることである。この他に次のような解が考えられ得る。3が2に賄賂を使い、2の納得の下に價格をv以下に引下げる場合である。賄賂をqとすれば、歸屬は、$(p, q, w-(p+q))$となり、交換は1と3の間に成立する。この歸屬についても、明らかに解の條件が成立する。從つてかゝる歸屬の集合も又解となる。結局解の集合となるべき安定な歸屬は、

$$(p, 0, w-p),\ (p, q, w-(p+q))$$

の如き形のものである。三人市場の場合と全く同樣にしてn人市場の場合も考察され得る。それはn人遊戯の特殊な場合として論ぜられるわけである。二人市場の場合は複占と稱せられてクールノー以來屢々論ぜられて來たものであるが、本書では矢張り遊戯の理論の一應用として考察される。

以上遊戯の理論の一應用として市場理論を考察したのであるが、他に效用の可測性を確率論的見地から證明する部分がある。(十五頁以下及び附錄）この部分は遊戯の理論とは一應無關係であるが、それによつて著者達の確率論的見地が經濟現象の如何なる把握を企圖しているかを知ることが出來よう。以下若干その問題を考察する。彼等の可測性の證明が便宜的なものであることは著者達自身認めている。

先ず個人は事象（例えば財量、價格等）のみならず、一定の確率を有する事象の結合をも比較し得るものとする。例えば今A商品とB商品があるとし、兩商品に五十%ずつの確率的な加重を與えた假想的商品をCとする。その場合、CはA Bとは勿論のこと他の商品Dに對しても選好の意味において比較可能であるということを假定する。彼等の效用理論の特徴は確率的な假想商品を導入することで、これは無差別曲線の立場において前提とする個人選好の完全性の外に、確率と結びつけられる個人選好の完全性をも認めることを意味している。數學的には次の樣に示される。效用函數を

$$\rho = v(u)$$

とする。ρは個人の效用を示し、uは上述の意味における一般的な事象である。今事象$u_1\ u_2\ u_3$の間に、$u_1 < u_2 < u_3$なる順序關係が成立する場合、

$$\alpha u_1 + (1-\alpha) u_3 \gtreqless u_2$$

となる如きαが夫々不等號等號に應じて決定されるとする。かくの如き規定を設けることによつて（嚴密には更に若干の公理を必要とする)、效用函數は可測的な函數となる。卽ち如何なる效用ρも或るρ'によつて、

$$\rho = w_0 \rho' + w_1$$

と表わされる。しかも

$$v(\alpha u+(1-\alpha)u)=\alpha v(u)+(1-\alpha)v(u)$$

である。この式は結合事象の效用はその數學的期望値に等しいことを示している。效用の可測性が證明された以上、市場理論も又效用函數の立場から構成され得る。例えば先程のA商品の價値をu圓とするという箇所をuの效用を有すると書きあらため、更に貨幣の效用を同様に規定しておけばよい。

五

以上吾々は、遊戯の理論の方法を考察し、その經濟理論との關聯を考察して來たのであるが、すでに最初に述べた如く、本書は靜態理論批判の書であると同時に、理論的に新しい問題提出の書である。それ等の問題は經濟理論として未だ統一的な視點の下に整理されていない。否寧ろ著者達は、經濟理論に統一的な體系が存在し得るかという方法論上の疑問をすら提出する。かゝる疑問は別として、とにかく彼等の批判が理論にとつて本質的であるだけに、又新しい理論の展開が積極的であるだけに、多くの意味においてその理論の方向に殘された課題は多多あろう。それ等の點の主要なものを彼等の主張の中からまとめることにしよう。

彼等が從來の經濟理論の適用に不滿の意を表明することによつて、主として新たに借用した數學の手段は集合論確率論であつた。物理學の更に廣く自然科學からの豐富な例證にアナロジーを求めながらも、彼等は經濟理論に用いられる數學は物理學におけるものとは異つたものであることを强調する。即ちいう。(四十五頁)「吾々の理論のみが、例えば數理物理學において用いられるものとは全く異つた概念的な形式的な機構の創造を必要とした。かくして一意的に決定せられる數ないし數の集合としての解の見解は、他の分野における成功にもかゝわらず、吾々の目的には餘りにも狹すぎる樣に思われる。數學的方法における重點は位相論ないし集合論へと、數理物理學を支配する微分方程式の計算から離れて次第に移つて行くであろう。」と。從來の經濟理論は熱力學における均衡概念、安定概念に非常な影響を受けている。その樣な物理學的な類推が大きな據點を與えてくれるものであるとしても、それには矢張り程度があり限界がある。又彼等はいう。(四十五頁)「動態理論は、それが見出されるとすれば、恐らく單純な概念、即ち問題の時點における有力な單一の歸屬の變化を記述するようなものとなるであろう。これは理論のかゝる部分の構造が、即ち靜態と動態の間の關係が古典物理學の場合とは種屬的に異り得るものであることを示している。」と。この主張の中には物理學的類推の問題の他に、殘された動態理論が如何なる性格のものであるべきかの片鱗をも見出すことが出來よう。又靜態理論に限定する限りにおいても問題は殘されている。彼等の求める理論は少數者の理論である。本來遊戯は少數の人によつて爲されるものである。從つて

數が無限に增大する場合は彼等の考究の範圍内には未だ入つてこない。卽ちいう。（十四頁）「自由競爭の如き多數者の極限的な場合における特徵の變化を證明する前に少數者の場合に對して問題が形成され、解かれ、そして理解されねばならぬ。」と。彼等の理論は靜態理論であるとしても未だ非常に限定された問題のみを（主として獨占の問題を）考究しているものである。

このように理論の一般的な方向にとつての課題の外に、理論内で解決の迫られる個別的な問題も多々ある。一つは賭博の如き行爲を如何に考察すべきかという問題である。例えば寶くじの場合、數學的期望値を計算して合理的に行動する限り何人もそれを買わないであろう。しかし實際には萬が一の僥倖を夢みて多くの人はそれを買う。かゝる行爲は、數學的期望値に合理的な行爲の根據を求める彼等の理論では、未だ取入れるべき餘地がない。彼等はいう。（六百三十二頁）「（公理系を若干變えることは）恐らく賭博の效用、非效用の可能性を許す樣な數學的に完全な又滿足な效用計算へと導くであろう。これを完成することは望ましいことではあるが、數學的には非常に困難である。」と。この問題は更に廣く、個人の行動の動機を如何に數式的に表現すべきかという問題となるであろう。又、三において指摘した n 人遊戲においては解の決定にあたり、結託の概念を用いて零和二人遊戲の場合に變換するが、かゝる方法も更に吟味されるべきである。これは自由競爭下の市場理論の問題とも關聯してくるであろう。

六

「遊戲の理論と經濟行動」の主要內容はかくの如きものであるが、吾々は更に理論生成の過程ならびにその背景について一考しよう。

遊戲の理論の數學的な萠芽は一九二八年すでにノイマンの「遊戲の理論について」（Math. Annal. vol 100）によつて與えられている。そこで彼は「n 人の遊戲者が與えられた遊戲を行うとき、一遊戲者が出來るだけ有利な結果を得る爲には如何にすべきか。」という問を提出し、その數學的な解答を與えたのであるが、それは遊戲の理論の雛型とも稱すべきものであつた。そこでは理論は數式的な記述に止まり、經濟理論との關聯にまで展開されていない。又鞍點存在の證明がブラウワーの不動點定理を適用することによつて爲されている。同じく彼によつて數式的な形式ではそれと全く同樣の問題が、生產方程式の解の決定の問題として別の機會に考察されている（「生產方程式とブラウワーの不動點定理の一般化について」Erge. Eines Math. Kollo. 8. 1935—1936）。しかしこの論文にあつては鞍點の存在することは確率的見地と結びつくことなしに方程式そのものの解を決定する。その意味においては、寧ろ從來の均衡理論の解の概念を更に精密化したものということが出來、遊戲の理論の場合とは、その經濟的な意味に相當の距りがある。これは又數式の形式が同じものであつても、その意味の與え方に

よつて非常に異る經濟的な内容を所有するものであることの良き例證ともなろう。この樣な過程の中から遊戲の理論の形式的な部分が生れたのであるが、本書では理論は公理論的に整理され、鞍點存在の證明は面倒な不動點定理の適用を待つまでもなく、より單純なn次元空間の性質から導出されている。經濟理論に關する諸主張の生成も、勿論數式的な認識と密接に關聯するものであるが、その樣な部分は多くモルゲンシュテルンに負う所が大であろう。これについては、山田雄三教授の諸論著に適切に述べられている(「ミニ・マクス原則」・「國民所得の計畫理論」・「社會科學の基礎」等、筆者自身はモルゲンシュテルンについて未だ十分に研究していない故それを省略する)。本書はこの樣に、一方では數學者ノイマンが數式應用の問題として考察してきた方向と、他方にはモルゲンシュテルンが從來の靜態理論に對していだき續けてきた批判の方向とが合致した所に生じた共同研究の成果である。それは從來の理論には見られなかつた程の積極的な成果を得ることが出來た。しかし他方從來の理論の中においても、なんらかの解決を得ようとする努力は續けられていた。それは獨占の理論ないしは不完全競爭の理論として知られている。例えばエッジワースは、二人ないしそれ以上の獨占者が現われた場合には、價格は各獨占者の戰略的な操作によつて支配されることに着眼し、又契約曲線を採用することによつて、均衡値が集合として、卽ち一つの軌跡によつて與えられることを示している(獨占の純粹理論)。これはシュタッケルベルグによつても、より一般的な形で問題とされている(市場形式と均衡)。又フリッシュの「クールノーと數理經濟學」にも、チェスの例と比較して論を進める箇所が見受けられる。しかしそれ等の立場は極大條件を前提として、獨占の諸問題を考察するものであり、少數者の理論は多數者のそれへの一次的な接近として考えられ、結局極限における自由競爭の場合には一意決定性が保證されることを結論する。しかもそれ等はむしろノイマン等の批判の對象でもあつた。すでに屢々述べた如く、彼等の意圖する所は、その積極的な新しい理論の展開と共に、從來の均衡理論的觀點に對する眞向からの批判であり、しかもその觀點をも包含し得るような立場を形成することであつた。

その意圖が如何に本質的な、又生產的なものであつたかは、その後に續くマルシャック、フルビッツ、バルト等の經濟理論上の又數學理論上の諸研究を一見すれば明かであろう。我が國においても、山田雄三教授がすでに屢々本書を引用し、その方法が教授自身の立場に一つの意義ある指標を提供するものであることを示されている。又林知己夫氏も統計數理研究所の講究錄に「ノイマンの遊戲論覗見」という表題ですでにその數學的な部分を紹介し、バルトの擴張された場合をも考察している。遊戲の理論の示した批判の、又その方法の包攝は現代經濟理論の重要な課題の一つとなりつゝある。

七

さて最後に、たとえ本書が經濟理論において重要な地位を占めつゝあるとしても、その理論の意義を問うことは許され得るであろう。もとより本書の理解すら不十分なるべき筆者に批判の資格が與えられよう筈がない。唯意義を問いつゝ、私見の二三を述べることにしよう。

本書はなによりも正確に推理するという所に重點がおかれていた。嚴密な數學的操作を許容しない問題は、たとえそれが靜態の問題であろうとも、すべて驅逐される。かくして最後には唯少數者の交換の問題のみが殘される。遊戯の理論にアナロジーを求める限り、それは妥當な處置といえよう。そこで吾々は從來の常套手段が否定されることを、それにもかゝわらず、彼等の考察する特殊な對象の中では從來の理論の立場も又包攝されることを知つた。しかもそれが全く嚴密な推理によつて得られた歸結だけに、その意義はより大きいものといえよう。たしかにその意味において劃期的である。しかしその樣に單に少數者の場合に止まつている限り、矢張り問題提出以上の域を出ないといわざるを得ぬ。それに止まる限り彼等は經濟理論をあえて應用數學の地位に墮さしめるものであるといえよう。經濟理論である限り、矢張り數學的推理を超えて經濟現象に關する本質的な直觀を必要とする。極大條件なり一意決定性の假定なりは、この樣な觀點からも又理解されねばならぬ。それが從來の經濟理論において指導的な前提であり得たのは、それを必然とするある歴史的な要求が存在していたからである。今これ等の前提が吟味されねばならぬのは、その吟味を現代の經濟現象が要求しているからである。その意味において吾々は、遊戯の理論に要求されるべき多くの點を見出し得る。經濟現象はもとより遊戯の理論における如き嚴密な場ではない。從つて又彼等が、經濟理論は數理物理學に用いられる數學とは全く異つた數學を要求するものであると主張する場合に、その類推の限界をも暗示する如く、遊戯の理論にもとずく類推にも限界が存在する。嚴密な推理のみにもとづく經濟現象の探究につとめているかぎり、經濟現象は理論を超えて前進する。經濟理論は時には大膽な假定を必要とする。それは決して先驗的な原理なのではない。經驗的、歴史的たろうとする爲の假定である。

遊戯の理論の方法が經濟現象のすぐれた一つの理想像を與えることを知つた今、吾々にはこの理想像の本質的な諸規定を如何に現象形態に接近せしめるかという問題が殘される。最も問題となる規定は確率的な法則性であろう。遊戯に關してはこの規定が形式的に妥當することは認め得よう。例えば「三回に二回は勝てる。」という認識がこれを語つている。しかし經濟現象に對してはそれは如何なる意味を有するものであろうか。遊戯と全く同樣に、反覆せられる現象の裏面にひそむ法則性と解釋することには非常な疑問がある。山田雄三教授が「ミニ・マクス原則」の中で與えられた解釋には、遊戯のそれとは若干差

異のあることが認められる。しかし吾々は今はこの問題を廻避しよう。唯こゝでは、彼等が動態理論の方向を暗示した言葉（五、參照）の中に、「問題の時點における有力な單一の歸屬」という語のあることを指摘しておこう。靜態理論において集合として規定された歸屬が、特に動態理論において單一の歸屬とならねばならぬ理由は明らかでわない。しかしこのことから吾々は經濟理論にとつては單一の歸屬が重要な役割を果すべきことを知り得よう。

さてこゝで吾々は再び出發點にもどる。一方には統一的な視點の下に一應完成的な理論としてのサムエルソンの體系が、他方には靜態理論批判の書としての遊戲の理論が吾々の前に提出されている。すでに一應の考察を終えた現在、數理經濟學の進むべき道は如何ように規定せられるべきであろうか。しかしそれも單に豫測的に語ることは、恐らく理論に對する冒瀆であろう。それ等は十分な理論的展開を伴うことによつて語られるべきものである。今は唯、理論の宿命が吾々に次のことを敎えることを指摘するにとどめよう。追う理論の立場は追われる理論の立場より更に强い。しかし理論は常に一般化されることを望み、擴張化の道を進む。そこには絕えず一般理論が叫び續けられ、新しい理論が要求せられて行く。