

投機的動機にもとづく在庫保有と 財市場の安定性

松 川 周 二

完全競争市場において財の供給にタイムラグがある場合の市場価格の決定およびその動学的安定性について、最も単純なケースとしてクモの巣型(cobweb type)のモデルが知られている。クモの巣型モデルでは、財の供給に1期間の遅れがあり、供給者が次期の価格が今期の価格と同じであると予想するならば、その動学的安定性は財の需要曲線および供給曲線の傾きに依存することが示された⁽¹⁾。

我々は本論において、クモの巣型モデルの一つの拡張として、財の供給者としての生産者と財の需要者としての消費者に加え、投機的動機にもとづいて財を保有する主体（以下、これを我々は投機主体と呼ぶことにする）が存在するとき、市場価格がどのようにして決定されるか、またその動学的安定性の条件はどのようなものであるかという問題を検討する。

I

投機主体は、価格の上昇によって生じる利潤を得るために財を保有するわけであるが、価格の変化は投機主体が予想するものであり、それ故、このことは投機主体が価格の不確実性に直面していることを意味している。そこで我々は、不確実性下の意志決定の原理として、期待効用の極大化を仮定する⁽²⁾。ま

(1) クモの巣モデルについては、Allon〔1〕の第1章、Ezekiel〔4〕、Goodwin〔5〕を参照。

(2) 期待効用理論については、Arrew〔2〕を参照。期待効用理論は主として、資産選択の理論（Markovitz〔9〕、Tobin〔11〕など）、企業理論（Leland〔6〕、Sandmo〔10〕など）に適用されている。

た簡単化のために、投機主体が考慮しうる経済的視野 (economic horizon) は二期間であると仮定する。このことは、投機主体が考慮しなければならない価格は今期の市場価格と来期の予想価格のみであることを意味している。

いま (t) 期において、投機主体が $(t+1)$ 期の価格を、ある確率分布をもった確率変数として予想するならば、投機主体の利潤 (π_{t+1}) は、

$$\pi_{t+1} = (P_{t+1} - P_t)K_{t+1} - H(K_{t+1}) \quad (1)$$

となり、ここで、 P_t は (t) 期の市場価格、 P_{t+1} は確率変数として予想する $(t+1)$ 期の価格、 K_{t+1} は (t) 期から $(t+1)$ 期にかけて投機主体が在庫としてもちこす財の量である。また、 H 関数は在庫保有の費用関数であり、

$$H'(K_{t+1}) > 0, H''(K_{t+1}) > 0$$

を仮定する。以上のことから、 π_{t+1} は投機主体が K_{t+1} だけの財を (t) 期から $(t+1)$ 期にもちこすことによって得られると予想する利潤である。

他方、投機主体はノイマン＝モルゲンシュテルン型の効用関数をもっているものと仮定し、それを $U(\pi_{t+1})$ とする⁽³⁾。そこで、もし P_{t+1} の確率分布が正規分布であり、かつ投機主体の絶対的危険回避の程度 (degree of Absolute Risk Aversion) が一定ならば、期待効用は、

$$E[U(\pi_{t+1})] = E[\pi_{t+1}] - \frac{\alpha}{2} \sigma^2 \pi_{t+1} \quad (2)$$

となる⁽⁴⁾。ここで、 E は期待値を示すオペレーター、 $\sigma^2 \pi_{t+1}$ は利潤の分散、 α は絶対的危険回避の程度を示す係数であり、投機主体が危険回避的ならば正である⁽⁵⁾。従って、(1)(2)式より、

$$E[U(\pi_{t+1})] = (P_{t+1}^e - P_t)K_{t+1} - H(K_{t+1}) - \frac{\alpha}{2} \sigma_p^2 \cdot K_{t+1}^2 \quad (3)$$

となり、ここで、 P_{t+1}^e は P_{t+1} の期待値、 σ_p^2 はその分散である。それ故、期待効用を極大化する最適在庫量は(3)式より、

(3) これに関しては、Neumann-Morgenstern [8], Arrow [2] を参照。

(4) このような特定化された効用関数については、Barron [3] を参照。

(5) 絶対的危険回避の程度 (α) は $-U''/U'$ で示され、 α が大きい程、主体はより危険回避的である。Arrow [2] を参照。

$$(P_{t+1}^e - P_t) - H'(K_{t+1}) - \alpha \sigma_p^2 \cdot K_{t+1} = 0$$

を満す K_{t+1} である⁽⁶⁾。そこで在庫保有の費用関数を特定化して、

$$H'(K_{t+1}) = h \cdot K_{t+1}, \quad h > 0 \text{ で定数}$$

とすれば、

$$K_{t+1} = \frac{P_{t+1}^e - P_t}{h + \alpha \sigma_p^2} \quad (4)$$

となるが、 σ_p^2 が予想される価格の変化 ($P_{t+1}^e - P_t$) から独立であるとするならば、投機主体の最適在庫量は予想される価格変化の線型の増加関数となる。しかし、(4)式の K_{t+1} が最適在庫量であるのは、価格の上昇が期待される ($P_{t+1}^e > P_t$) 場合のみである。何故なら、投機主体の考慮しうる経済的視野が二期間であるという我々の仮定のもとでは、投機主体が (t) 期の時点で、($t+1$) 期から ($t+2$) 期へ財をもちこす動機は存在しないから、投機主体は (t) 期の時点では、(t) 期から ($t+1$) 期にもちこす財のすべてを ($t+1$) 期で放出しようと思定している⁽⁷⁾。従って、(t) 期から ($t+1$) 期にかけて価格の下落が予想される ($P_{t+1}^e < P_t$) ならば、投機主体にとって、(t) 期から ($t+1$) 期に財をもちこす動機は存在しないことになる。以上のことから、投機主体が (t) 期から ($t+1$) 期にもちこす最適な在庫量を K_{t+1}^* と記すならば、

$$\begin{aligned} K_{t+1}^* &= \beta(P_{t+1}^e - P_t) & P_{t+1}^e > P_t \\ K_{t+1}^* &= 0 & P_{t+1}^e \leq P_t \end{aligned} \quad (5)$$

$$\beta = 1/h + \alpha \sigma_p^2 > 0$$

となる。そこでもし、投機主体が各期、つねに最適在庫量と実際の在庫量を一致させるように在庫投資を行っているならば、

$$\begin{aligned} I_{t+1} &= K_{t+1}^* - K_t^* & P_{t+1}^e > P_t \\ I_{t+1} &= -K_t^* & P_{t+1}^e \leq P_t \end{aligned} \quad (6)$$

となる。しかし、(5)式で示された最適在庫量は、投機主体の考慮しうる経済的

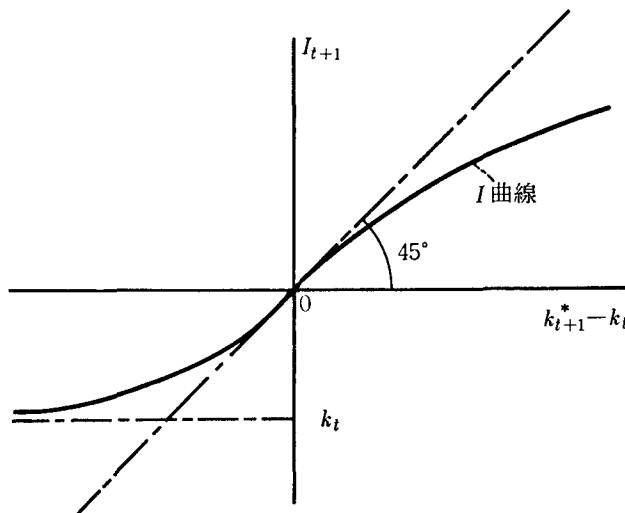
(6) $H'' > 0$ であるから、極大化の二階の条件が満されていることは明らかである。

(7) すなわち、経済的視野が二期間であるということは、(t) 期の時点で、投機主体の予想価格は、 $P_{t+1}^e = P_{t+2}^e = P_{t+3}^e \dots$ であることを意味している。

視野が二期間であるという仮定のもとに、予想される価格変化に対応して決定される不確実性を含むものであるから、その量は投機主体にとって必ずしも信頼しうるものとはいえないだろう。従って、 (t) 期の最適在庫量は、一般的に、

$$\left. \begin{aligned} I_{t+1} &= I(K^*_{t+1} - K_t) \\ 1 \leq \partial I / \partial (K^*_{t+1} - K_t) < 0, \quad \partial^2 I / \partial (K_{t+1} - K_t)^2 < 0, \quad K^*_{t+1} > K_t \\ 1 \leq \partial I / \partial (K^*_{t+1} - K_t) < 0, \quad \partial^2 I / \partial (K_{t+1} - K_t)^2 > 0, \quad K^*_{t+1} \leq K_t \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

であると仮定するのがより現実的である。すなわち、(7)式で示される在庫投資関数は、最適在庫量 (K_{t+1}^*) と (t) 期に投機主体が保有している財の量 (K_t) との差が大きい程、 K_{t+1}^* に K_t を調整する比率が小さいことを意味している⁽⁸⁾。このような在庫投資関数は、図—1で示されるようにS字型の曲線とな



図—1

る。しかし本論では簡単化のために、在庫投資関数をS字型の折れ線であるとしよう。すなわち、 v を1より小さい正の定数であるとして、(5)式を考慮すれ

(8) すなわち、投機主体は $(K^*_{t+1} - K_t)$ の絶対値が大きい程、最適在庫量を達成させるような在庫投資を行うことに、より慎重になるということである。

ば、(7)式は、

$$\left. \begin{aligned} I_{t+1} &= \bar{I} & P_{t+1}^e - P_t &\geq \bar{P} \\ I_{t+1} &= v[K_{t+1}^* - K_t] = v\hat{p}(P_{t+1}^e - P_t) - vK_t, & 0 < P_{t+1}^e - P_t < \bar{P} \\ I_{t+1} &= -vK_t & P_{t+1}^e - P_t &\leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となり、在庫投資関数は図-2 のようになる。

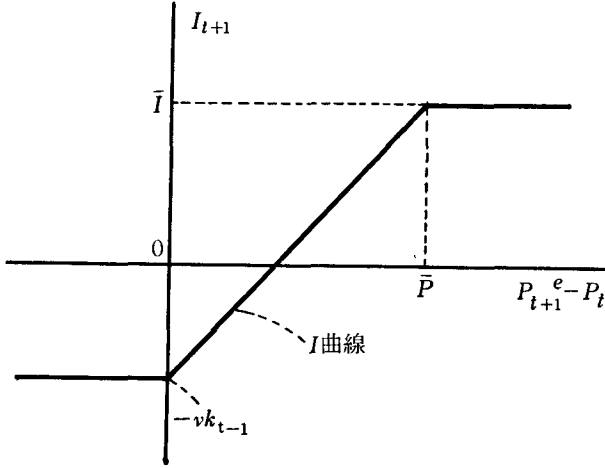


図-2

最後に我々は、財の生産者および消費者について、クモの巣モデルと同様の単純な仮定をおくことにしよう。すなわち、財の生産には1期間を必要とし、いったん生産量を決定すれば、その量を中途で変更できないものとする。また生産者は、 $(t-1)$ 期の価格が (t) 期にもそのまま成立するという予想のもとに (t) 期に完成する財の量を $(t-1)$ 期に決定し、 (t) 期で実際に成立するいかなる価格でもすべて販売してしまうものと仮定する⁽⁹⁾。その結果、生産者の供給は $(t-1)$ 期の価格のみの関数となり、それを簡単化のために線型の増加関

(9) 従って、生産者は完成品在庫を保有せず、在庫として財を保有するのは、投機主体のみである。

数とすれば、生産者の供給量 (S_t) は、

$$S_t = S(P_{t-1}) = aP_{t-1} + A \quad (9)$$

となり、 a および A は定数で、 $a > 0$ である⁽¹⁰⁾。

他方、消費者の需要量はその期の価格のみの関数とし、簡単化のために、それを線型の減少関数とすれば、消費者の需要量 (D_t) は、

$$D_t = D(P_t) = -bP_t + B \quad (10)$$

となり、 b および B は正の定数である。

II

次に我々は、(t) 期における財の市場価格がどのようにして決定されるかを示そう。(5), (7), (9) および (10) 式より、(t) 期における財の需給均衡式は、

$$D_t + I_{t+1} = S_t \quad (11)$$

$$D(P_t) + I\{\beta(P_{t+1}^e - P_t) - K_t\} = S(P_{t-1})$$

となる。(t) 期の時点では、 P_{t-1} および K_t は所与の値であるから、需給均衡式(11)の未知数は P_{t+1}^e と P_t である。そこで、投機主体は (t) 期の価格 (P_t) と ($t+1$) 期の価格の期待値 (P_{t+1}^e) との関係として、外挿法 (extrapolation) による期待形成を行っているとする。すなわち

$$P_{t+1}^e = P_t + \gamma(P_t - P_{t-1}) \quad (12)$$

で、 γ は、1 より小さい正の定数である⁽¹¹⁾。(12) 式を考慮すると、(11) 式は、

$$D(P_t) + I\{\beta\gamma(P_t - P_{t-1}) - K_t\} = S(P_{t-1}) \quad (13)$$

となり、(13) 式は P_t のみが未知数であるから、(13) 式より P_t を決定することができる。そこで ϕ 関数を、

$$\phi(P_t) = S - I$$

(10) もし我々のモデルで、投機主体が、生産者であるならば、 $P_t^e = P_{t-1}$ でなく、 P_t は確率変数となる。この場合には、我々のモデルに多少の変更が必要であるが、基本的な考え方に変更の必要は生じない。

(11) ここで、 $0 < \alpha \leq 1$ であるということは、投機主体は、もし前期から今期にかけて、価格の上昇があったならば、今期から来期にかけて価格が上昇するのを期待していることを意味している。

と定義すれば、(8)および(9)式より、

$$\left. \begin{aligned} \phi(P_t) &= aP_{t-1} + A - \bar{I}, & P_t - P_{t-1} > \bar{P}/j \\ \phi(P_t) &= aP_{t-1} + A - \{\beta_j v(P_t - P_{t-1}) - vK_t\} = -\beta_j v P_t \\ &\quad + (a + \beta_j v)P_{t-1} + A + vK_t, & 0 < P_t - P_{t-1} < \bar{P}/j \\ \phi(P_t) &= aP_{t-1} + A + vK_t, & P_t - P_{t-1} \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

となり、このような ϕ 曲線は図-3 のようになる。すなわち、 $P_t \leq P_{t-1}$ の領域で横軸に平行、 $P_{t-1} < P_t < P_{t-1} + \bar{P}/j$ の領域で傾きが $-\beta_j v$ の直線、 $P_t > P_{t-1} + \bar{P}/j$ の領域で横軸に平行な直線である。図-3 より、 ϕ 曲線と D 曲線

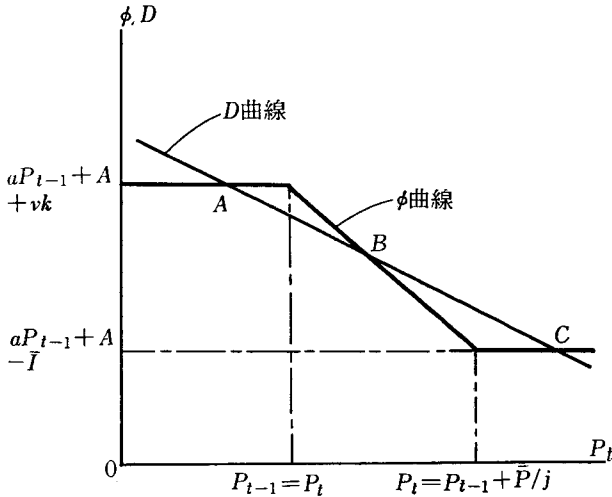


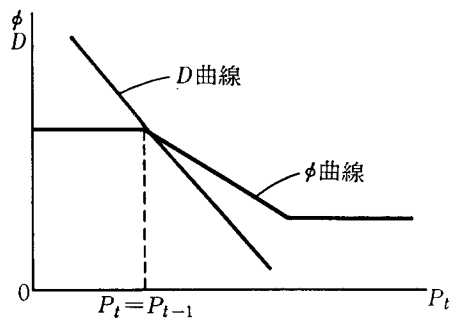
図-3

との交点で (t) 期の市場価格が決定されるが、市場でワルラス流の調整が行われるとするならば、 D 曲線が ϕ 曲線を上から切る点が安定的である⁽¹²⁾。

(12) このことは (t) 期の市場において、超過需要（供給）があれば、価格を低下（上昇）させる裁定が行われていることを意味している。図-3 で、点 A 、 C は安定的、点 B は不安定。

Ⅲ

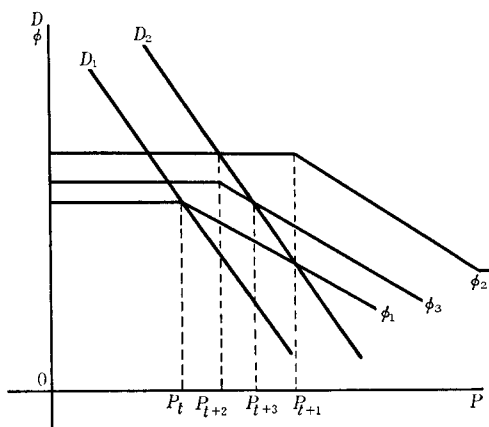
次に我々は、財の市場価格の動学的安定性について検討しよう。いま、図一4で示されているように、 D 曲線と ϕ 曲線が、 $P_t = P_{t-1}$ の点で交っており、



図—4

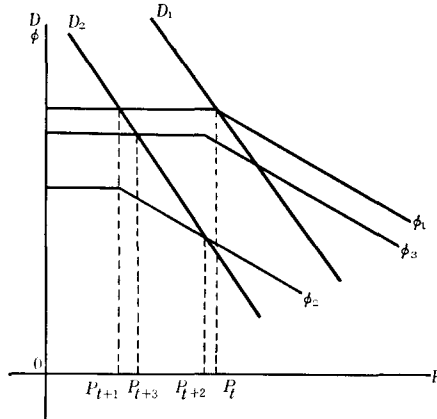
D 曲線の傾きがすべての領域で ϕ 曲線のそれよりも急であるとする。またその時、投機主体は財を保有していないものとする。

そこで、 D 曲線が傾き一定のままシフトするならば、 (t) 期以後の財の市場



図—5

価格はどのような変動径路を辿るであろうか。図一5では D 曲線が右上方へシフトするケース、図一6では D 曲線が左下方へシフトするケースにおける、 (t) 期以後の財の市場価格の決定が示されている⁽¹³⁾。ここで、 ϕ 曲線の β, γ



図一6

および a, A は一定であり、 D 曲線の b は一定であるが、 B が B' に変化すると想定する。そこで我々は、 D 曲線が右上方へシフトする ($B < B'$) 図一5のケースについて、 (t) 期以後の財の市場価格がどのようにして決定されるかを示すことにしよう。

仮定より、 (t) 期において、 $P_{t-1} = P_t, K_t = 0$ であるから、(8)式より、 $I_{t+1} = 0$ である。また $S_{t+1} = aP_t + A$ であるから、 $(t+1)$ 期における ϕ 曲線は ϕ_1 曲線であり、 ϕ_1 曲線は P_t でキンクし、縦軸との切片は $aP_t + A$ である。従って、 P_{t+1} は ϕ_1 曲線と D_2 曲線の交点で決定され、この時、明らかに $P_{t+1} > P_t$ であるから、(8)式より、 $I_{t+2} = \beta\gamma v(P_{t+1} - P_t)$ となり、投機主体は $\beta\gamma v(P_{t+1} - P_t)$ だけの財を購入して $(t+2)$ 期に在庫としてもちこす。次に $(t+2)$ 期では、生産者は $P_{t+2} = P_{t+1}$ であると期待して生産量を決定するから、 ϕ_1 曲線は ϕ_2 曲線

(13) D 曲線は (t) 期から $(t+1)$ 期にかけて、 D_1 から D_2 へシフトするが、その後は、そのままの状態を維持するものとする。

へシフトする。 ϕ_2 曲線は P_{t+1} でキンクし、縦軸との切片は $aP_{t+1}+A+vK_{t+2}$ となるから、 $P_{t+1}>P_t$, $K_{t+2}=I_{t+2}=\beta\gamma v(P_{t+1}-P_t)>0$ を考慮すると、 ϕ_2 曲線の水平部分は ϕ_1 曲線のそれより上方に位置することになる。従って、 ϕ_2 曲線と D_2 曲線の交点で決定される P_{t+2} は、明らかに、 $P_{t+2}<P_{t+1}$ であるから、(8)式より、 $I_{t+3}=-vK_{t+2}=-v\{\beta\gamma v(P_{t+1}-P_t)\}=-\beta\gamma v^2(P_{t+1}-P_t)$ となり、投機主体は $\beta\gamma v^2(P_{t+1}-P_t)$ だけの財を販売し、残りの $\beta\gamma v(1-v)(P_{t+1}-P_t)$ だけの財を $(t+3)$ 期に在庫としてもちこす。次に $(t+3)$ 期においては、生産者は $P_{t+3}=P_{t+2}$ であると期待して生産量を決定するから、 ϕ_2 曲線は ϕ_3 曲線へシフトする。 ϕ_3 曲線は P_{t+2} でキンクし、縦軸との切片は $aP_{t+2}+A+vK_{t+3}$ となるから、 $P_{t+2}<P_{t+1}$, $K_{t+3}=\beta\gamma v(1-v)(P_{t+1}-P_t)<K_{t+2}=\beta\gamma v(P_{t+1}-P_t)$ を考慮すると、 ϕ_3 曲線の水平部分は ϕ_2 曲線のそれより下方に位置することになる。従って、 ϕ_3 曲線と D_2 曲線の交点で決定される P_{t+3} は、明らかに、 $P_{t+3}<P_{t+1}$ であるから、(8)式より、 $I_{t+4}=v\{\beta\gamma(P_{t+3}-P_{t+2})-K_{t+3}\}$, $K_{t+3}=\beta\gamma v(1-v)(P_{t+1}-P_t)$ となり、 $\alpha\beta v(P_{t+3}-P_{t+2})-\beta\gamma v^2(1-v)(P_{t+1}-P_t)$ だけの財を購入して $(t+4)$ 期に在庫としてもちこす。このように我々のモデルでは、消費者の需要曲線のシフトに対応して、市場価格は上昇と下落の反復という変動径路を辿ることになる⁽¹⁴⁾。

以上のことを考慮すると、一般に (t) 期以後の (τ) 期について、 $P_\tau<P_{\tau+1}>P_{\tau+2}$ のケースと $P_\tau>P_{\tau+1}<P_{\tau+2}$ のケースがある。そこでまず、 $P_\tau<P_{\tau+1}>P_{\tau+2}$ ならば、(5)(7)式より、 $K^*_{\tau+2}=\beta\gamma(P_{\tau+1}-P_\tau)$, $K^*_{\tau+3}=0$ であるから、需給均衡式は、

$$\left. \begin{aligned} aP_\tau+A-v[\beta\gamma(P_{\tau+1}-P_\tau)-K_{\tau+1}] &= -bP_{\tau+1}+B' \\ aP_{\tau+1}+A+v[\beta\gamma v(P_{\tau+1}-P_\tau)-K_{\tau+1}] &= -bP_{\tau+2}+B' \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

となる。ここで、

$$q_{\tau+1}=P_{\tau+1}-P_\tau, \quad q_{\tau+2}=P_{\tau+2}-P_{\tau+1}$$

(14) もし図-6のように、 D 曲線が左下方へシフトするならば、市場価格は逆に、下落と上昇の反復という変動径路を辿ることになる。

とおくと, (15)式より,

$$-bq_{\tau+2} = \{a + (v+v^2)\beta_i\} q_{\tau+1} - (v+v^2)K_{\tau+1}$$

となり, $q_{\tau+1} > 0$, $q_{\tau+2} < 0$ を考慮すると,

$$\left| \frac{q_{\tau+2}}{q_{\tau+1}} \right| = \frac{a + (v+v^2)\beta_i}{b} - \frac{(v+v^2)K_{\tau+1}}{bq_{\tau+1}} \quad (16)$$

となる。他方, $P_{\tau} > P_{\tau+1} < P_{\tau+2}$ ならば, (5), (7) 式より, $K_{\tau+2}^* = 0$, $K_{\tau+3}^* = \beta_i(P_{\tau+2} - P_{\tau+1})$ であるから需給均衡式は,

$$\left. \begin{aligned} aP_{\tau} + A + vK_{\tau+1} &= -bP_{\tau+1} + B' \\ aP_{\tau+1} + A - v[\beta_i(P_{\tau+2} - P_{\tau+1}) - (1-v)K_{\tau+1}] &= -bP_{\tau+2} + B' \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

となる。(17)式より,

$$(b - \beta_i v)q_{\tau+2} + aq_{\tau+1} = v^2 K_{\tau+1}$$

となり, $q_{\tau+1} < 0$, $q_{\tau+2} > 0$ を考慮すると,

$$\left| \frac{q_{\tau+2}}{q_{\tau+1}} \right| = \frac{a}{b - \beta_i v} + \frac{v^2 K_{\tau+1}}{(b - \beta_i v)q_{\tau+1}} \quad (18)$$

となる。(18)式において, $q_{\tau+1} > 0$, $K_{\tau+1} \geq 0$ であり, また, (18)式において, $\alpha > \beta_i v^{(15)}$, $q_{\tau+1} < 0$ であることから, q_{τ} がゼロに収束するための十分条件は, (16)式より

$$a < b - \beta_i v - \beta_i v^2 \quad (19)$$

(18)式より

$$a < b - \beta_i v \quad (20)$$

であることがわかる。しかし, $0 < v \leq 1$ であるから, (19)式が成立するとき, (19)式はつねに成立している。従って, (19)式は価格変化の振幅が次第に減少するための十分条件であり, a , β , γ および v が小さな値をとる程, b が大きな値をとる程, 成立する可能性が強くなる。

次に我々は, $v=1$ という特殊なケースにおけるモデルの動学的安定性に関する条件を検討しよう。 $v=1$ であるということは, 在庫投資関数が(6)式で示

(15) 仮定より, D 曲線の傾きが ϕ 曲線のそれよりも急であるから, $\alpha > \beta_i \gamma u$ である。

されるように、投機主体がつねに、最適在庫量と実際の在庫量を一致させるように在庫投資を行っていることを示している。従って、 $P_t < P_{t+1} > P_{t+2}$ のケースでは、 $I_{t+2} = K^*_{t+2} = \beta\gamma(P_{t+1} - P_t)$ 、 $K^*_{t+3} = 0$ 、 $I_{t+3} = -K^*_{t+2} = -\beta\gamma(P_{t+1} - P_t)$ であるから、需給均衡式は、

$$\left. \begin{aligned} aP_t + A - \beta\gamma(P_{t+1} - P_t) &= -bP_{t+1} + B' \\ aP_{t+1} + A + \beta\gamma(P_{t+1} - P_t) &= -bP_{t+2} + B' \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

となる。(21)式より、 $q_{t+1} > 0$ 、 $q_{t+2} < 0$ を考慮すると、

$$\left| \frac{q_{t+2}}{q_{t+1}} \right| = \frac{a + 2\beta\gamma}{b} \quad (22)$$

となり、(22)式は一階の定差方程式であるから、 q_t は

$$\begin{aligned} a + 2\beta\gamma < b & \dots\dots\dots \text{収束} \\ a + 2\beta\gamma > b & \dots\dots\dots \text{発散} \end{aligned} \quad (23)$$

であることがわかる。他方、 $P_t < P_{t+1} > P_{t+2}$ のケースでは、 $K^*_{t+2} = 0$ 、 $I_{t+2} = -\beta\gamma(P_t - P_{t-1})$ 、 $I_{t+3} = K^*_{t+2} = \beta\gamma(P_{t+2} - P_{t+1})$ であるから、需給均衡式は、

$$\begin{aligned} aP_t + A + \beta\gamma(P_t - P_{t-1}) &= -bP_{t+1} + B' \\ aP_{t+1} + A - \beta\gamma(P_{t+2} - P_{t+1}) &= -bP_{t+2} + B' \end{aligned} \quad (24)$$

となる。(24)より、

$$(b - \beta\gamma)q_{t+2} + aq_{t+1} - \beta\gamma q_t = 0 \quad (25)$$

となり、(25)式は、二階の定差方程式である。それ故、(25)式の特性方程式は、

$$(b - \beta\gamma)\lambda^2 + a\lambda - \beta\gamma = 0 \quad (26)$$

となる⁽¹⁶⁾。そこで、(25)式の特性根を λ_1 、 λ_2 とすると、

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -\frac{a}{b - \beta\gamma} < 0$$

$$\lambda_1 \lambda_2 = -\frac{\beta\gamma}{b - \beta\gamma} < 0$$

となるから、

(16) この二階の定差方程式の解は $q_t = C_1 \lambda_1^t + C_2 \lambda_2^t$ である。ここで、 C_1 、 C_2 は初期値に依存する任意の定数である。

$$\lambda_1 > 0, \lambda < 0, |\lambda_1| < |\lambda_2|$$

であることがわかる。他方、(26)式より、

$$f(\lambda) = (b - \beta\gamma)\lambda^2 + a\lambda - \beta\gamma$$

とすれば、

$$f(1) = b + a - 2\beta\gamma, f(-1) = b - a - 2\beta\gamma$$

$$f(0) = -\beta < 0$$

となる。 $f(-1) < f(1)$ であるから、 $f(-1) > 0$ ならば、 $-1 < \lambda_2 < 0 < \lambda_1 < 1$ となり、価格の変動は、 $f(-1) = b - a - 2\beta\gamma > 0$ ならば収束し、 $f(-1) < 0$ ならば $\lambda_2 < -1$ となり、 $|\lambda_1| < |\lambda_2|$ を考慮すると、価格の変動は $f(-1) = b - a - 2\beta\gamma < 0$ ならば発散する。これは(23)式で示した条件と同じであるから、 $v=1$ のケースでの我々のモデルの安定性に関する条件は、

$$b - \beta\gamma > a + \beta\gamma \quad \text{安 定} \quad (27)$$

$$a - \beta\gamma < a + \beta\gamma \quad \text{不安定}$$

となる⁽¹⁷⁾。

ところで、投機的動機にもとづいて財を保有する主体が存在しない単純なクモの巢モデルでは、需要曲線の傾きが供給曲線のそれよりも急ならば、価格の変動は収束するが、逆ならば発散することが知られている。すなわち、

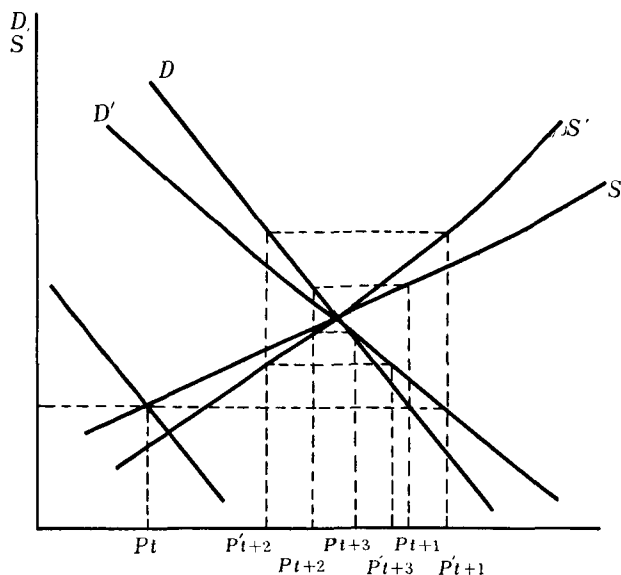
$$b > a \quad \text{安 定} \quad (28)$$

$$b < a \quad \text{不安定}$$

である。そこで我々が導出した投機的動機にもとづいて財を保有する主体が存在する場合の安定性の条件(27)式と単純なクモの巢モデルの安定性の条件(28)式との関係を明らかにしておこう。

図一7では、単純なクモの巢モデルおよび我々のモデルの価格決定のプロセスが示されている。いま、 D 曲線が右上方へシフトした時、単純なクモの巢モデルの $(t+1)$ 期の価格は P_{t+1} であるが、我々のモデルのそれは P'_{t+1} であ

(17) 我々はいままで、 ϕ 曲線の右側の水平部分の存在を無視してきたが、価格の変動が発散的ならば、早晚、価格が D_2 曲線と ϕ 曲線のこの部分との交点で決定されることになり、価格は無限の単弦振動をくりかえすことになる。



図—7

る。すなわち、我々のモデルでは、価格の上昇に対応して投機的動機にもとづく財の保有があるから、 D 曲線の傾きは b から $b-\beta\gamma$ に減少し、 $P'_{t+1} > P_{t+1}$ となる。単純なクモの巣モデルの $(t+2)$ 期の価格は P_{t+2} であるが、我々のモデルでは S 曲線の傾きが a から $a+\beta\gamma$ に増加するので、 $(t+2)$ 期の価格は P'_{t+2} であり、 $P'_{t+2} < P_{t+2}$ である。以上のように、単純なクモの巣モデルでは、 D 曲線および S 曲線の傾きがつねに一定であるのに対して、我々のモデルでは、 D 曲線および S 曲線の傾きが交互に、 b から $b-\beta\gamma$ へ、 a から $a+\beta\gamma$ に変化する。また、 v が $0 < v \leq 1$ である一般的なケースで体系が安定であるための十分条件(9)式は、

$$a+v^2\beta\gamma < b-v\beta\gamma \quad (19')$$

であるから、このことは S 曲線の傾きの変化 (a から $a+v^2\beta\gamma$ へ) が D 曲線の傾きの変化 (b から $b-v\beta\gamma$ へ) よりも小さいならば安定であることを示している。

以上のことから我々は、投機的動機にもとづいて財を保有する主体の存在はクモの巢型のモデルでは、不安定性を増す要因であり、その結果、単純なクモの巢型モデルの安定性の条件より厳しい安定性の条件が要求されることがわかる。

IV

我々は本論において、まず、投機的動機にもとづいて財を保有する主体（投機主体）が二期間の経済的視野をもち、期待効用を極大化しているという仮定のもとに、予想される価格変化と最適在庫量との関係を示した。そしてそれをもとに、在庫投資関数が最適在庫量と現在保有している在庫量の差の関数であるという仮定のもとに、財の市場価格がどのようにして決定されるかを明らかにした。さらに我々は、需要曲線がシフトした場合に、市場価格がどのような変動過程を辿るかを検討して、それが市場価格の上昇と下落の反復であることを示したわけである⁽¹⁸⁾。

しかし、我々のモデルで指摘しておかなければならない問題点がある。すなわち、我々のモデルで市場価格が上昇と下落を反復するということは、投機主体の期待形成が失敗していることであり、これは投機主体が損失をこうむっていることを意味している。従って、投機主体が経験に学ぶならば、外挿法による期待形成でが一定の正の値をとると仮定するのは、非現実的であるといえるだろう。

本稿の作成に際して、一橋大学藤野正三郎教授より、多くの有益なコメントをいただいた。ここに記して感謝の意を表したい。

(18) 我々が検討した問題について、Muth [7] のモデルがある。しかし、Muth [7] では、最適在庫量が示されておらず、それ故、在庫投資が予想される価格変化の関数であることが ad hoc に仮定されているなど、既述の問題のアプローチには不十分である。

参 考 文 献

- 1 Allen. R. G. D. Mathematical Economics 1956
- 2 Arrow. K. J. Aspects of the Theory of Risk Bearing 1965
- 3 Barron. D. P. "Price Uncertainty, Utility, and Industry Equilibrium".
I. E. R. 1970
- 4 Ezekiel. M. "The Cobweb Theorem". Q. J. E. 1938
- 5 Goodwin "Dynamical Couplingwith Especial Reference to Markets
Having Production Lags" Etrica. 1947
- 6 Lelland. H. E. "Theory of the Firm Facing Uncertainty Demand".
A. E. R. 1972
- 7 Muth. J. F. "Rational Expectation and the Theory of Price Movement"
Etrica 1961
- 8 Neumann. J and Morgenstern, O, Theory of Games and Economic
Behavior. 1953
- 9 Markowitz, Portfolio Selection 1959
- 10 Sandmo, A. "On the Theory of Competitive Firm under Price Uncer-
tainty". A. E. R. 1970
- 11 Tobin. J. "Liquidity Preference as Behavior toward Risk". R. E. S.
1958

(筆者の住所：国分寺市内藤2の8の9 文静荘)