新古典派集計的生産函数についての一論点

北川和彦

目　次

Ⅰ　はじめに

スラッファの限界生産力説批判はマーシャルの「外部節約論」批判を契機に展開された。生産規模の拡大により生産費を低下させる作用は，個々の企業においてそれがなされるかぎり，それらの諸企業の競争の行きつくところは，1つの企業による市場の完全独占であるはずである。しかし，現実には，「収穫逓増下における競争」が行なわれており，この事実を説明するために，マーシャルは「外部節約」の概念をもち出した。すなわちマーシャルは生産規模の拡大により生産費を低下させる作用の説明にあたって，個々の企業が特別に利益を得るところの「内部経済」に依るものであるという説明を退け，その生産費を下げる作用を，もっぱら主にその産業に属するすべての企業が共通して利益をこうむるところの「外部経済」に依るところのものであると説明することによって，きりぬけようとした。

1925，26年論文(1)においてスラッファはこの「外部節約論」はマーシャルの部分均衡論とは相容れないものであることを指摘し，さらに進んでワルラス等によって議論されてきた平均費用極小点での均衡点成立そのものに対して疑問を

(1)　Sraffa〔20〕〔21〕

呈示するに至った。つまり限界生産力説に依る均衡点成立の論証は，上記の収穫逓増下における競争という現実に対し説明能力を持ち得ないということであった。この論文は後に J. Robinson, E. H. Chamberlin による不完全競争論，独占的競争論に対する道を開く契機となったものとして，あるいは，限界生産力説に依拠する価値と分配の理論に対して，内在的に批判を提示したほとんど最初の論文として高く評価されていることは周知の通りである。それから約30年以上後に『商品による商品の生産』(2) が出された。「経済理論批判」という副題からみても容易に察せられるように限界生産力説に依る価値と分配論に対する批判という点に関して疑いないがスラッファ体系の意義及び内容上の理解についてはまだ充分論じつくされているとはいいがたい。この論文を契機として，ケンブリッジ資本論争という形で議論が展開され，この論文の意義そのものについても，いくつかの点が明らかにされたように思う。

従来のケンブリッジの資本論争といわれているものの主要な内容は大略的に分けて次のようなものであったと考えられる。

(i)資本測定の単位について。限界生産力説に基づく分配理論に論理適合的な資本測定の単位が見出せるか。

(ii)各生産要素の限界生産力に依る要素報酬率の決定と完全配分（均衡点では純生産額は限界生産力に依って規定された要素報酬に分割されその他の残差は存在しない）は論理斉合的でありうるか。

(iii)収穫逓減法則と資本の限界生産力による利潤率決定という限界生産力説に依る分配論の機構においては資本の集約度増大↔利潤率低落，資本の集約度の低落↔利潤率増大という有利な技術導入についての一定の関係を表示しているが，このような分配関係の変化と採用される技術の資本集約度との間の一定の関係について理論的妥当性は有り得るか。

(ii)(iii) の議論は（i）の議論を基盤として成立しており（i）の議論と共に立ち共に倒れる性格をもっておりその意味で（i）が最も基本的な問題であるといえる。したがって本稿ではこの（i）の問題についてのみ取り上げス

(2) Sraffa 〔19〕

ラッファの意図したねらいを整理することを目的としたい。

II 資本測定問題

新古典派分配理論が前提としている well-behaved な生産函数(3)は存在する無数の生産体系の中から要素報酬率に対応した最適生産体系の集合として与えられているが，その基礎として，存在している生産体系が単一であっても分配関係を説明しうる論理がなければならないはずである。要素報酬率水準に対応する最適生産体系の選択を行なうことが出来たのは個々の生産体系について決定される要素報酬率間の関係を把えることが出来るということが前提になっていたはずであったからである。したがって以下では存在する生産体系が単一であるという条件を置く。

本来，この単一の生産体系に対応する生産函数とは存在する可処分生産要素量と生産物量間の技術的関係を表現するものであり，可処分要素の量は技術的タームで表現されるべきはずのものである。したがって資本の限界生産力の本来の概念も，資本量と生産物量が技術的タームで定義されるとき成立する概念であるといえよう。

ところで集計的生産函数(4)においては各生産要素の異質量の同質量への還元がなされなければならないが労働については同質量への還元は可能であっても資本量については経済的意味をもちうる技術タームでの単位を見出すことはできない。「資本」は本来，均等な利潤率を要求するという意味で使用されている用語でこの意味からも資本量は価値量への還元という意味が既にそのうちに含ま

（3） 可変的生産要素 k と生産量 y との関係を示す生産函数を $y=f(k)$ とすれば，$f'(k)>0$, $f''(k)<0$, $f'(0)=\infty$, $f'(\infty)=0$ の性質をもつ生産函数を well-behaved な生産函数という。

（4） 集計的生産函数についての議論は Samuelson〔18〕, J. Robinson〔16〕,〔17〕, Garegnani〔3〕。非集計的生産函数についての議論はワルラス批判として行なわれている。ガレニャーニ〔4〕第2部。その結論は新資本財の販売価格＝生産費と，すべての資本財に均等な純収入率（利子率）の存在とは互に矛盾せざるを得ないということであった。これに関連する議論は，菱山〔6〕，山下〔24〕，松島〔9〕。

れている。したがって資本量は一方では均衡価格による表現をとらざるを得ないのである。このような資本量の価格による表現は限界生産力説にとって本質的困難が生ずる。資本量を価格表現するとなると価格は既に利潤率を前提としていなければならないわけで利潤率を既知のものとして資本量を表現していることになる。ところが限界生産力説においては限界資本量が利潤率を決定しなければならなかったはずであり，このことは一般的には求めらるべき利潤率を既知のものとして資本量を測定するという循環論に陥っているということを意味している。せいぜい利潤率が利潤率を決定する，あるいは資本量が資本量を決定するという同義反復的意味しか持たなくなる。仮に利潤率をある水準に与えたとしても今度は各要素の限界生産力概念に矛盾を来たすことになる。単一の生産体系に対応する生産函数は生産量と生産諸要素量との技術的関係を表示しているものであるはずであり限界生産力理論においてはそれらの所与の生産諸要素量と所与の技術的関係が分配関係を規定することであっても逆に分配関係の変動によって生産諸要素量が変動することは有ってはならないはずである。

上記のように資本量を価格表示する場合，生産量と技術体系が不変であるにもかかわらず一般には利潤率水準いかんによって価格表現された資本量が変動することになり無数の価格表現された資本量とこれら不変の生産量と技術体系とが両立しうることになる。限界生産力説が妥当しうるのは資本量と生産量が価格表現されたとき，実物タームでの異質的資本財の各量と純生産物量との不変の関係が価格表示された資本額と生産額においても妥当する場合，すなわち純生産物総額と資本価額の比率が異質的資本財のすべてにわたって分配関係の変化に対してそれぞれ不変に留まる場合だけである。なぜならこの場合以外には所与の技術体系のもとで価格表現されたところの資本量，純生産物量からひき出される資本の限界生産力は種々の値をとりうるからである。

ここで限界生産力説に依拠する分配理論と対極的位置にあるリカード派の分配理論(5)について若干触れておきたい。リカード派の分配理論においては利潤は

(5) リカード派分配理論についての詳述は Dobb〔2〕chap. 3, ガレニャーニ〔4〕第1部，Kaldor〔8〕。

与件としての純生産物から与件としての社会的消費を控除したものとして把えられ，それによって利潤率，諸価格が決定される。すなわち投下労働量と生産構造が所与で実質賃金率が外部から与件として与えられ，それによって利潤率と諸価格が決定される体系である。この分配理論におけるリカード以来の困難は分配関係が変動したとき，それに伴う相対価格変動に影響されずに利潤率を一義的に規定しうるかという問題であった。

スラッファは一方において限界生産力理論に対しては極めて非現実的な条件が存在しなければ，その理論の妥当性は認められえず，本質的欠陥を持っていることを明示するとともに他方でリカード派分配理論がもつ困難は基本的には解決されうることを示そうとした。つまり単に限界生産力説の理論的妥当条件の限定性を明らかにしたに留まらず，リカード分配理論における困難が基本的には解決しうることを示すことによってリカード派分配理論の優位性を明らかにしようとしたところにスラッファの理論的特徴が見出せる。

III 限界生産力説妥当条件

既述のように一生産体系のもとで分配関係の変化に対して価格表現された生産量と資本量の比が異質な資本財のすべてにわたって一定で所与であることが限界生産力理論の妥当条件である。これが具体的にどのような条件であるのかを考えてみる。

まず均衡価格方程式体系を考える。この方程式の前提は（i）すべての商品に直接間接投入関係をもつ財を基礎財とし，第1部門から第n部門までを基礎財部門とする。このことは投入係数行列Aは分解不能，非負行列であることを意味する。(6)（ii)賃金後払い原理である。(7)

$$PX=(1+r)\,PA+WL \qquad (1)$$

但し

（6） 置塩〔13〕p. 127。

（7） これに対する批判は，置塩氏の Sraffa,〔19〕に対する書評（『国民経済雑誌』第103巻3号）が有る。

$$\boldsymbol{P}=[P_1, P_2, \cdots, P_n],\ \boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} A_{11} & \cdots\cdots & A_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{n1} & \cdots\cdots & A_{nn} \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{L}=\begin{bmatrix} l_1 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix}\quad \boldsymbol{X}=\begin{bmatrix} A_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_n \end{bmatrix}$$

P_i は i 財の価格，A_{ij} は j 財を A_i 単位生産するのに必要な i 財量，l_i は i 財 A_i 単位生産するのに必要な直接労働量，r は利潤率，W は貨幣賃金率。$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{X}$ が所与で P_i,$(i=1\cdots n)$, r, W が変数である。

任意の比率 $d_1\cdots d_n$ までを第1行から第 n 行までそれぞれかけて整理すると

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_iA_iP_i-\sum_{j=1}^{n}d_iA_{ji}P_j)-W\sum_{i=1}^{n}d_il_i}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}d_iA_{ji}P_j} \tag{2}$$

$\sum_{i=1}^{n}(d_iA_iP_i-\sum_{j=1}^{n}d_i\mathrm{A}_{ji}P_j)=Q_d$ として

$$\frac{W\sum_{i=1}^{n}d_il_i}{Q_d}=\omega_d,\quad \frac{1}{Q_d}\times\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}^*=[P_1', \cdots, P_n']$$

とすると

$$r=\frac{1-\omega_d}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}d_iA_{ji}P_j'} \tag{3}$$

方程式（1）より

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{P^*Xd}=(1+r)\boldsymbol{P^*Ad}+\omega_d \\ &\sum_{i=1}^{n}(d_iA_iP_i'-\sum_{j=1}^{n}d_iA_{ji}P_j')=1 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

ω_d を方程式体系の外部から与えられたものとすれば方程式は $n+1$ 個，未知数は $P_i(i=1\cdots n)$ と r の $n+1$ 個で上の方程式を解くことができる。(8)

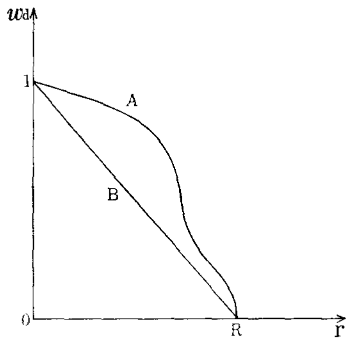
ω_d を与えると ω_d の水準に対応した解 r を求めることができるが ω_d を0から増加させて行くと ω_d の各水準に対応する(ω_d, r)の軌跡を求めることができる。これを賃金曲線（wage curve）(9) と呼ぶ。ω_d の変動に対して（3）式の

（8） 正の利潤率を保証する非負の価格と賃金率が存在するための必要十分条件は，搾取率が正となるように，実質賃金率水準が与えられている場合であることが既に証明されている。Okishio〔14〕, Morishima〔10〕。

（9） Garegnani〔3〕, 同じ曲線を Samuelson〔18〕は factor price frontier と名付けている。

分母が変動するような一般的場合には賃金曲線が，曲線形となる場合（図-A）であり，（3）の分母が ω_d の変動に対して，一定の値をとるという特殊な場合，賃金曲線は直線形をとる °(図-B)

限界生産力理論が妥当するためには ω_d の変動に対して価格表現された純生産物量と価格表現された資本量が異質な資本財のすべてにわたって分配関係の変動に対して一定に留まること，すなわち ω_d の変動に対し（3）式の分母のうち $\sum_{j=1}^{n} d_i A_{ji} P_j'(i=1\cdots n)$ が，それぞれ一定に留まるということである。そのことは分配関係の変動（ω_d の変動）に対して相対価格 $P_i(i=1\cdots n)$ が変化しないということを意味している。（付注1）



そして相対価格が分配関係の変動に対して変化しないための条件はすべての部門の資本集約度が均等であるということである。（付注2）この条件が存在するとき分母の値は一意的に与えられ，$\frac{1}{R}$ であり，（但し R は極大利潤率）利潤率は

$$r = R(1-\omega_d) \qquad (5)$$

と表現される。（付注2参照）いうまでもなく，このとき（3）の分母は一定$\left(\frac{1}{R}\right)$であるから，賃金曲線は直線となる。

IV　不変の価値尺度としての標準純生産物

資本が価格表現される場合，限界生産力説が妥当するための条件は資本集約度が均等であるということであり，この場合は当然賃金曲線が直線になるが賃金曲線が直線形になるもう1つの条件が存在する。これは，投入産出比率がすべての部門にわたり均等，すなわち

$$\frac{d_i A_i}{\sum_{j=1}^{n} d_j A_{ij}} = \frac{1}{\lambda} \quad (i=1\cdots n)$$

という場合である。（付注3）

逆に1つの生産体系（式（1）における A, X）に固有な「標準純生産物」

で賃金を測れば，（5）と同様の関係が成立する。すなわち

$$\frac{d_i A_i}{\sum_{j=1}^{n} d_j A_{ij}} = 1+R \qquad (i=1\cdots n)$$

を満足する d_i を特別に $d_i=q_i$ とおくと

$$\frac{q_i A_i}{\sum_{j=1}^{n} q_j A_{ij}} = 1+R \qquad (i=1\cdots n) \tag{6}$$

R は一意的に与えられるから（付注2，3参照）q_i も一意的に決定される。ここで，

$$\left(q_1 A_1 - \sum_{j=1}^{n} q_j A_{1j},\ q_2 A_2 - \sum_{j=1}^{n} q_j A_{2j},\ \cdots\cdots,\ q_n A_n - \sum_{j=1}^{n} q_j A_{nj}\right)$$

を標準純生産物とする。(6) を満足する $q_1 \cdots q_n$ を方程式 (1) の各行にそれぞれかけて整理し，

$$\sum_{i=1}^{n}\left(q_i A_i P_i - \sum_{j=1}^{n} q_i A_{ji} P_j\right) = Q_q \qquad \text{とおき，}$$

貨幣賃金を標準純生産物で測り，

$$\frac{W\sum_{i=1}^{n} q_i l_i}{Q_q} = \omega_q \qquad \text{とおくと，}$$

$$r = \frac{1-\omega_q}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} q_i A_{ji} P_j}{Q_q}}$$

となり分母は q_i が (6) を満足していることを考慮すれば $\frac{1}{R}$ になるから，

$$r = R(1-\omega_q)$$

が導かれる。

リカードの分配理論の基本構想は一財モデルなる corn ratio theory にみられる。ここでは与えられた一生産体系のもとにおいて純生産物量と資本量は穀物量によって与えられている。したがって労働者の必要消費分の水準が変化しても利潤率は穀物の相対価格変動の影響を受けることなく，労働の分配率あるいは労働者の必要消費の取得分の水準だけに一義的に依存する，リカードのね

らいは利潤率は社会的に与えられた実質賃金率に依存してきまるというところにあった。そのためには実質賃金率の水準の変動に対して利潤率が相対価格の影響を受けずに，その実質賃金率によって一義的に決定されることが多部門モデルにおいても成立することを示すことが要求された。

スラッファはリカードが解決しえなかったこの問題について次のような解決を与えた。それは投入産出比率が各部門で均等になるような純生産物量（標準純生産物）が１つの生産体系に固有なものとして求めることが出来，その標準純生産物で貨幣賃金を測れば，分配関係の変動による相対価格の変動の影響を受けずに一義的にその実質賃金率水準だけに依存して利潤率が決定されるということであった。

このことはある生産体系に固有な標準純生産物で貨幣賃金を測れば，賃金曲線を直線形にすることが出来ることを意味している。

V　むすびにかえて

限界生産力説において資本の限界生産力が利潤率を決定するということと資本そのものが価格表現をとらざるを得ないという２つの要求を同時に満たすことは，価格構造に依存して利潤率が決定されることを意味しており，これはⅠで指摘したような理論的欠陥に逢着せざるを得ない。限界生産力説が妥当するための条件は分配関係の変化に対して資本財の相対価格が変動しないことであり，このことは資本集約度がすべての部門で均等であるという条件を必要とする。つまり，限界生産力説が妥当するためには極めて非現実的な特殊条件が必要であることを意味しているのである。

これに対してスラッファ体系においては投下労働量と生産構造が与えられ実質賃金率水準が外部から与えられることによって，利潤率が，価格構造に依存することなく，これらの与件だけで決定され表現されうる体系である。ここでは限界生産力説が必要としたような条件すなわち分配関係の変化に対して資本財の相対価格が一定でなければならないという条件は必要としない。たとえ分配関係の変動に対し資本財の相対価格が変動するような一般的な場合すなわち

資本集約度が各部門で不均等であるような一般的場合でも，分配関係の変動（ω_q の変動）に対して相対価格変動の影響をこうむることなく直ちに分配関係水準（r の水準）を決定することができるのである。これはリカード派の分配理論がもつリカード以来の困難を一般的場合にも解決しうることを示している。したがってスラッファ体系の意義は限界生産力説が極めて非現実的条件が無ければ成立しえないのに対し，この限界生産力理論に依る分配理論と対極的位置にあるリカード派分配理論の旧来からの困難が一般的条件のもとで解決しうることを示すことによってリカード派分配理論の限界生産力説に対する優位性を確認しようとしたところにある。(10)

＜付注＞

1. 価格表現された資本量と純生産量の比がすべての異質の資本財にわたって分配関係の変化に対し，それぞれ一定であるとき，それらの資本財の相対価格は分配関係の変化に対してつねに一定であることを以下に示す。

本文中の記号を用いると

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i A_{ji} P_j}{Q_d} = \frac{1}{\alpha_j} \quad (j=1\cdots n) \text{ とおくと}$$

投入される第 j 資本価額と純生産物価額は分配関係の変動に対し一定だから，α_j $(j=1\cdots n)$ も ω_d の変動に対し一定である。

k を $1 \leqq k \leqq n$, $k \neq j$ の任意の整数とすると，

同様に，
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i A_{ki} P_k}{Q_d} = \frac{1}{\alpha_k} \qquad \text{とおくと，}$$

$$\frac{P_k}{P_j} = \frac{\alpha_j \sum_{i=1}^{n} d_i A_{ji}}{\alpha_k \sum_{i=1}^{n} d_i A_{ki}}$$

右辺は実物タームであり ω_d が変動する前と変わないから，任意の資本財の相対価格は ω_d の変動に対して一定に留まる。

---

(10) スラッファのこのような意図が成功しているかどうかについてはまず，さしあたって標準純生産物で賃金を測ることの意味について，より立ち入った検討を要すると思われるが本稿では果せなかった。今後の課題としたい。

2. 実質賃金率の変動に対して相対価格が不変に留まるためには資本集約度が各部門にわたって均等であることが必要であることを示す。

方程式 (4) は $\boldsymbol{P^*Xd}=(1+r)\boldsymbol{P^*Ad}+\omega_d$

この方程式の第 i 行は

$$P_i'A_id_i=(1+r)\sum_{j=1}^{n}P'_jA_{ji}d_i+\frac{Wl_id_i}{Q_d}$$

$\dfrac{W}{Q_d}=\omega_k$ とおくと，ω_d が変動するということは l_i, d_i が一定であるから ω_k が変動するということである。

ここで

$$P_i'A_id_i=(1+r)\sum_{j=1}^{n}P'_jA_{ji}d_i+\omega_kl_id_i$$

の両辺を ω_k で偏微分すると，

$$\frac{\partial P'_iA_i}{\partial\omega_k}=\frac{\partial\Sigma P'_jA_{ji}}{\partial\omega_k}+\frac{\partial r}{\partial\omega_k}\Sigma P'_jA_{ji}+r\frac{\partial\sum P'_jA_{ji}}{\partial\omega_k}+\iota_i$$

ω_k の変動に対して P_i は変化しないから，

$$\frac{\partial P_i'}{\partial\omega_k}=0 \quad より \quad \frac{\partial r}{\partial\omega_k}=-\frac{l_i}{\sum_{j=1}^{n}P'_jA_{ji}}$$

したがってこのとき各部門の資本集約度 $l_i/\Sigma P'_jA_{ji}$ は均等である。

次に $W=0$ のときの利潤率 r を $r=R$（極大利潤率）とし，生産構造 $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{X}$ が与えられている場合には，R も一意であり資本集約度が各部門において均等な場合は $r=R(1-\omega_d)$ で表わせることを示す。

$\dfrac{l_i}{\sum_{j=1}^{n}P'_jA_{ji}}$ が各部門で均等であるから，

$\dfrac{l_i\omega_k}{\sum_{j=1}^{n}P'_jA_{ji}}+r$ も各部門で均等である。

$$\frac{l_i\omega_k}{\sum_{j=1}^{n}P'_jA_{ji}}+r=\frac{P_i'A_i-\sum_{j=1}^{n}P'_jA_{ji}}{\sum_{j=1}^{n}P'_jA_{ji}}=\frac{P_i'A_i}{\sum_{j=1}^{n}P'_jA_{ji}}-1=\beta \tag{A}$$

とおく。

ここで

$$[P_1',\cdots,P_n']\begin{bmatrix}A_{11}\cdots A_{1n}\\ \vdots \quad\quad \vdots\\ A_{n1}\cdots A_{nn}\end{bmatrix}=\mu\,[P_1',\cdots,P_n']\begin{bmatrix}A_1 & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & A_n\end{bmatrix}$$

この式の各列をそれぞれ $A_1\cdots A_n$ でわると

$$[P_1', \cdots, P_n'] \begin{bmatrix} a_{11} \cdots a_{1n} \\ \vdots \quad\quad \vdots \\ a_{n1} \cdots a_{nn} \end{bmatrix} = \mu [P_1', \cdots, P_n'] \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix} \tag{B}$$

(ここで a_{ij} は第 j 財1単位生産するのに必要な第 i 財量) 行列 $[a_{ij}]$ は分解不能非負行列で上式の形より Frobenius 根 μ^* が存在して μ^* は一意的に与えられる[(11)]。また (A) より

$$(1+\beta)[P_1', \cdots, P_n'] \begin{bmatrix} A_{11} \cdots A_{1n} \\ \vdots \quad\quad \vdots \\ A_{n1} \cdots A_{nn} \end{bmatrix} = [P_1', \cdots, P_n] \begin{bmatrix} A_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_n \end{bmatrix}$$

β は式の形より極大利潤率に等しいから

$$\frac{1}{\mu^*} = 1+\beta = 1+R$$

したがって R も一意的に与えられ

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} P'_j A_{ji} d_i}{\sum_{i=1}^{n} (P_i' A_i - \sum_{j=1}^{n} P'_j A_{ji}) d_i} = \frac{1}{R}$$ となり

このとき利潤率は

$r = R(1-\omega_d)$ と表現される。

3. 実質賃金率 ω_d の変動に対して P^* の変動にもかかわらず (3) 式の分母 $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_j A_{ji} P_i'$ が一定である場合の必要条件は投入産出量比率がすべての部門にわたって均等であることを証明する[(12)]。

<証> (3) 式 $r = \dfrac{1-\omega_d}{\dfrac{\Sigma\Sigma d_i A_{ji} P_j}{Q_d}}$ の分母において, $K_j = \sum_{i=1}^{n} d_i A_{ji}$ とおくと

$$Q_d = \sum_{i=1}^{n} (d_i A_i P_i - \sum_{j=1}^{n} d_i A_{ji} P_j) = \sum_{i=1}^{n} d_i A_i P_i - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_i A_{ji} P_j$$
$$= \sum_{i=1}^{n} (d_i A_i - K_i) P_i$$

ω_d の変動に対して式 (3) の分母が一定だから

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_i A_{ji} P_j}{Q_d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_i P_i}{Q_d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_i P_i}{\sum_{i=1}^{n} (d_i A_i - K_i) P_i} = \alpha$$ とおくと

(11) 二階堂〔11〕p. 109-156。

(12) Sraffa 体系の数学的展開については, Burmeister〔1〕, 大塚〔15〕, 信田〔12〕, 瀬池山〔22〕, 等が有る。

$$\sum_{i=1}^{n}\{\alpha d_i A_i-(1+\alpha)K_i\}P_i=0$$

P_i の変動にもかかわらず (3) 式の分母が一定値 α をとるためには，上式が成立することが必要である。$P_i>0$ より

$$\frac{d_iA_i}{K_i}=\frac{d_iA_i}{\sum_{j=1}^{n}d_jA_{ij}}=\frac{1+\alpha}{\alpha}\quad(i=1\cdots n) \qquad \langle了\rangle$$

P^* の変動にもかかわらず (3) 式の分母が一定であるためには投入量産出量比率が各部門にわたって均等であることが必要であることが証明できた。次に，この比率 $\frac{1+\alpha}{\alpha}$ が一意的に与えられることを示す。

上式を行列形式で表わすと

$$\begin{bmatrix}A_{11}\cdots A_{1n}\\ \vdots \quad\quad \vdots\\ A_{n1}\cdots A_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}d_1\\ \vdots\\ d_n\end{bmatrix}=\frac{\alpha}{1+\alpha}\begin{bmatrix}A_1 & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & A_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}d_1\\ \vdots\\ d_n\end{bmatrix} \qquad (\mathrm{C})$$

ここで $\mu=\mu^*$ とおいた付注2の（B）式の右から $\boldsymbol{d}=\begin{bmatrix}d_1\\ \vdots\\ d_n\end{bmatrix}$，（C）式の左から $\boldsymbol{P}'=[P_1'P_2'\cdots P_n']$ をかけて加えると

$$\left(\mu^*-\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)[P_1',\cdots,P_n']\begin{bmatrix}A_1 & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & A_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}d_1\\ \vdots\\ d_n\end{bmatrix}=0$$

$$[P_1'\cdots P_n']\begin{bmatrix}A_1 & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & A_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}d_1\\ \vdots\\ d_n\end{bmatrix}>0 \quad より \quad \mu^*=\frac{\alpha}{1+\alpha}$$

したがってこの比率 $\frac{\alpha}{1+\alpha}$ は一意的である。また $\mu^*=\frac{1}{1+R}$ より $\alpha=\frac{1}{R}$ となる。

これより $r=R(1-\omega_d)$

〔参 考 文 献〕

〔1〕 Burmeister, E., "On a Theorem of Sraffa", *Economica,* Vol. 35, Feb. 1968.

〔2〕 Dobb, M.H., *Theories of value and distribution,* 1973.

〔3〕 Garegnani, P., "Heterogeneous Capital, the Production Function and the Theory of Distribution", *Review of Economic Studies,* Vol. XXXVII. July 1970.

〔4〕 ガレニャーニ，山下博訳『分配理論と資本』1966。

〔5〕 Harcourt, C., "Some Cambridge Controversies in the Theory of Capital", *Journal of Economic Literature,* Vol. 7, June 1969.

〔6〕 菱山泉「スラッファ分析と一般均衡理論」『経済論叢』第89巻第3号。

〔7〕 ――――, 「資本と分配の理論について」『経済論叢』第109巻第1号。

〔8〕 Kaldor, N., "Alternative Theories of Distribution", *Review of Economic Studies*, Vol. XXIII, No. 2, 1955-6.

〔9〕 松島敦茂「ワルラス型均衡理論と資本蓄積」『彦根論叢』第141号,昭和45年2月。

〔10〕 Morishima, M., *Marx's Economics : A Dual Theory of Value and Growth*, 1973.

〔11〕 二階堂副包『現代経済学の数学的方法』岩波書店 1960。

〔12〕 信田強「スラッファ体系の解明」『一橋論叢』第72巻3号, 昭和49年9月。

〔13〕 置塩信雄『再生産の理論』創文社, 昭和32年。

〔14〕 Okishio, N., "A Mathematical Note on Marxian Theorems", *Weltwirtschaftliches Archiv*, 1963.

〔15〕 大塚勇一郎「Sraffa の標準体系と資本理論」『一橋論叢』第64巻第4号, 1970年10月。

〔16〕 Robinson, J., "The Production Function and the Theory of Capital", *Review of Economic Studies*, Vol. 21, 1953-4.

〔17〕 ――――, "The Measure of Capital : the End of the Controversy" *Economic Journal*, Vol. 81, 1971.

〔18〕 Samuelson, P., "Parable and Realism in Capital Theory ; The Surrogate Production Function", *Review of Economic Studies*, Vol. XXXLX, June 1962.

〔19〕 Sraffa, P., *Production of Commodities by Means of Commodities, Prelude to a Critique of Economic Theory*, 1960. 菱山・山下訳『商品による商品の生産――経済理論批判序説――』1962。

〔20〕 ――, "The Laws of Returns under Competitive Condition", *Economic Journal*, Dec 1926.

〔21〕 ――――, "Sulle relazioni fra costo e quantità prodotta", *Annali di Economia*, II (1925).

(〔20〕は菱山・山下訳「競争的条件のもとにおける収益法則」, 〔21〕は, 同訳「生産費用と生産量の関係について」いずれも『近代経済学における古典と近代』有斐閣, 1956 に所収。)

〔22〕 瀬池山敏「標準商品の意義」『経済論叢』第111巻第1号, 昭和48年1月。

〔23〕 ――――「資本蓄積と生産函数」『経済論叢』第111巻5・6号 昭和48年5・6月。

〔24〕 山下博「一般均衡理論と均等利潤率― ワルラスを中心として」『経済学論叢』(同志社大) 第15巻3・4号 昭和41年。

(執筆者の住所：東京都世田谷区粕谷3-22-5 佐藤方)