

産業連関分析の発展についての一覧書

——A. Bródy 所説に関連して——

藤 森 頼 明

序

産業連関表はソビエトで開発され、その方程式は基本的にドミトリエフ等によって定式化された。しかし、それ以後のソビエトでのこの領域に関する研究は停滞し、1960年代に入ると共に再び活発化したのであった。にも拘わらず、それは、経済・統計表としても、経済・数学モデルとしても、確固たる地歩をソビエト計画経済の政策・理論面に於て築いたと言っても過言ではないだろう。

このような産業連関表を理論的に検討する場合、先ず、再生産表式との関連・血統関係が如何様なものであるのか、が問題とされねばならないだろう。それは、第一に、価値視点と素材視点との関係如何、畢竟、労働の二重性がどのように産業連関体系の内に表現されているか、の問題でもある。

マルクス主義経済学の核心が、労働の二重性にある事については、マルクス自からが語る処である。そして、この二重性の観点が再生産表式に於ても貫徹されている事は、既に山田盛太郎〔13〕に於て指摘されている。

では、産業連関体系に於ては、労働の二重性が、如何様に表現せられているのであろうか。

この問題に関する興味ある見解として、我々は以下に検討するハンガリーの A. ブローディ⁽¹⁾の理論を挙げる事ができる。

本稿の課題は、彼の所説を検討しながら、産業連関表の発展について、一の方向を模索する事である。

〔I〕

ブローディの中心的主張は、再生産論と価値論とが dual (双対) であると云う事、即ち、それらは、人間と自然との間に行なわれる一大物質代謝過程の二側面的反映である、と云う点にある。この主張が、具体的に何を意味するのか、を以下に視ていく事にする。

(1) 参考文献〔1〕～〔7〕。本稿では主として〔7〕によった。

ブローディは先ず、労働力の配分問題が如何なる経済体制に於ても解決せられねばならない重要な問題である事、を指摘する。従って、産業連関表に労働力部門が明示されねばならない。亦、人間と自然との間の物質代謝過程の正確な描写の爲にもそれは必要である。

1. 再生産の条件とフロベニウスの定理

従来の産業連関方程式は、通常、

$$x = Ax + y \quad (1)$$

但し、 x : 産出量ベクトル

A : 投入係数行列 (n 次正方行列)

y : 最終需要ベクトル

と現わされる。これより、

$$x = (I - A)^{-1}y = Qy$$

但し、

$$Q = (I - A)^{-1}$$

今、この A を、次のように、ベクトル v, c でもって縁取り、拡大行列 A を導入する。

即ち、

$$A = \begin{bmatrix} A & c \\ v & 0 \end{bmatrix}$$

但し、 v : 生産物単位当りに必要な直接労働時間。

c : 一労働時間に消費される各生産物量。

かく導入された A が以後のブローディの展開の基礎となる。猶を、 A に於て v が労働力部門を現わしているが、労働力は全ての生産部面で用いられるから、 A は分解不能と仮定し得る。

猶を、単純再生産の場合、 v, Q, c の間には、関係式

$$vQc = 1$$

が成立つ。この意味は、一時間の労働力 (c) を維持するのに必要な消費支出 (Qc) の価値 (vQc) が 1 に等しい、と云う事である。もし、 $vQc < 1$ ならば、拡大再生産が可能である。

ここで注意すべきは、ブローディの場合、単純再生産とは、最終生産物（純生産物）が、労働力水準を不変に保つのに等しい状態である。即ち、ここでは、不生産的消費が捨象されている。この想定は明らかに特殊な想定であるが、これによって彼の以下の展開は簡明なものとなっている。固より、それなりの欠点が生じてくるのは否定できない。

さて、前に導入した A について、フロベニウスの定理に基づく固有値問題を考えよう。 A のフロベニウス根を ρ とすれば、産出量体系について、

$$Ax = \rho x$$

但し、

$$x = \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}$$

となる。 ρ は、 A で現わされる体系の生産性を現わしている。即ち、上の式は、 x を産出するには Ax の投入量が必要であるが、それには総産出 x の内から ρx だけ支出すればよい、と云う事を意味している。従って、もし $\rho=1$ であれば、産出量 x と、その為に必要な投入量 Ax とは一致し、剰余は生じない。即ち、単純再生産となる。亦、 $0 < \rho < 1$ であれば、 x の産出の為に投入量は $Ax = \rho x < x$ となり、剰余 $x - Ax = (1 - \rho)x$ が生じる。この剰余が、必らず生産拡大に充当されるとは限らないが、この場合には、拡大再生産が可能となる。以上を纏めて、次の命題が得られる。ここで、一般に行列 A のフロベニウス根を $|A|$ で現わす。

命題 1. 単純再生産の必要条件は、 $|A|=1$ である。 $|A| < 1$ ならば、拡大再生産が可能であり、 $|A| > 1$ ならば、縮小再生産となる。

2. 単純再生産と価値価格

命題 1. より明らかなように、単純再生産の場合の産出量体系の方程式は、

$$x = Ax \quad (2)$$

である。今、 $x = (Qc, 1)^T$ とすれば、

$$Ax = \begin{bmatrix} A & c \\ v & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Qc \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AQc + c \\ vQc \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Qc \\ 1 \end{bmatrix} = x$$

即ち、この x は、 A の右固有ベクトルになっている。しかも、 A は分解不能であるから、この x は一意的に存在する。

この様に、固有ベクトルとして総産出 x が決定されるのであるが、ブローディによれば、産出比率のみが決定されるに過ぎず、従って、一つの生産物の総産出は任意に決められる。即ち、この体系には 1 の自由度があると云う。更に、この x は物的産出のみならず、労働力のそれをも現わしている総産出である点に独自性を認める事ができる。

次に価値価格体系を考えよう。 p を価格（行）ベクトルとすれば、 A, v を用いて、次式が成立つ。

$$p = v + pA \quad (3)$$

ブローディによれば、方程式 (1) が生産の物質代謝過程に於る諸使用価値のフローを示しているならば、この (3) 式は、価値形成過程に於る交換価値のフローを現わしている。方程式 (3) はその過程で用いられた諸生産物に支払われた貨幣のフローを描いており、これらの貨幣フローは生産物フローの反対方向へ行き、物質代謝過程の双対なる側面を表現している。

(3) を解くと、

$$p=vQ$$

即ち、 A が与えられれば、交換がなくても、生産物の価値は存在し、計算可能である。⁽²⁾ 亦、 Q が無限級数に展開できるならば、

$$p=v+vA+\cdots+vA^n+\cdots$$

$|A|<1$ とすれば、右辺は収束して和をもつ。これより、価値とは、生産物の生産に用いられた、現在と過去、直接的と間接的の労働の総量以外の何物でもない事が判る。

さて、拡大行列 A を導入して、価格の方程式を考えるならば、

$$p=pA \quad (4)$$

但し、 $p=(p, 1)$

となる。明らかに、この方程式は産出量の場合の (2) 式と双対関係にある。実際、

$$pA=(p, 1) \begin{bmatrix} A & c \\ v & 0 \end{bmatrix}=(pA+v, pc)=(p, 1)=p$$

即ち、 p は A のフロベニウス根に属する左固有ベクトルであり、 x と同様、一意的に定まる。しかし、この p は価格比率を与えているに過ぎないとされる。以上より、次の命題が得られる。

命題 2. A が与えられるならば、右固有ベクトルとして x 、左固有ベクトルとして p が一意的に決定される。

猶を、 x, p は、 x, p を基礎にして構成されている点に注意す可きである。

更に、 c を再生産的消費 c_e 、不生産的消費 c_i とに、 v を必要労働部分 w 、剰余労働部分 s に分割すれば、 A を一般化した、

$$A'=\begin{bmatrix} A & c_e & c_i \\ w & 0 & 0 \\ s & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

が得られ、それに応じた産出比率が決定される。亦、単純再生産の条件 $|A'|=1$ は変わらない。

3. 拡大再生産と生産価格

$|A|<1$ であるならば、価格体系では $p-pA=p(I-A)$ の剰余が生じる。その全てが投資に充当されるものとする。

ブローディは拡大再生産の場合の考察をフローとストックを結合する回転時間の分析から始めている。ブローディによれば、フローとストックとは、同じ経済的活動の二つの局面に過ぎない。これらの二つの概念は、一方に於て動、他方に於て静を現わしている。

所謂資本係数行列

(2) 産出量の側からは、 $v(Qc)=1$ が得られたが、価格の側からは、 $(vQ)c=1$ である。

$$B=[b_{ik}]$$

を導入しよう。この b_{ik} と a_{ik} との関係について、回転時間 t_{ik} を媒介にして

$$b_{ik}=a_{ik}t_{ik}$$

が成立つ事を最初に指摘したのは O. ランゲ [8] であった。しかし、ランゲは物理的性質と前貸資本の回収期間としての回転時間の二重性を区別してはおらず、在庫投資等も捨象している。亦、回転時間と類似の概念に寿命があるが、両者は厳密には異なる。即ち、我々が寿命と云う時、我々は過程を社会的観点から視ており、回転時間と云う時、特定の生産者の立場から視ているのである。ここでは、上記の t_{ik} は適当な回転時間を現わすものとして置く⁽³⁾。

さて、価値価格の場合と同様にして、生産価格の連関方程式を構成しよう。生産価格の公式は、

$$\text{生産価格} = \text{費用価格} + \text{平均利潤}$$

であるから、

$$p = pA + \lambda b$$

但し、 λ : 平均利潤率

$$b = (b_1, \dots, b_n, 0), \quad b_i \ (i=1, \dots, n) \text{ は第 } i \text{ 部門の資本・産出比}$$

ここで、

$$Q = (I - A)^{-1}$$

とすれば、

$$p = \lambda bQ$$

となる。この式の右辺に於て、 bQ の各元に該当生産過程に投下された総資本を現わすから、生産価格体系は、各生産物をその生産過程に直接・間接に投下された総資本に比例して測る評価体系である事が判る。この事実は数学を用いなくは、把握は容易ではないとブローディは云う。

次に、 b を生産価格で表示すると、 A に応じる B の拡大資本係数行列 B を用いて、

$$b = pB$$

$$\text{但し、} B = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

これより、

$$\begin{aligned} p &= pA + \lambda pB \\ &= p(A + \lambda B) \end{aligned} \quad (5)$$

が得られる。この方程式が、拡大再生産の場合に生産価格を決定する方程式なのである。

(3) ブローディはこの点に関するドーマーの分析を確率的に一步進めたが、ここでは省略する。

この方程式は、基礎行列 $A + \lambda B$ についての固有値問題を連想させるが、実際、前述の命題 2 と平行的に、次のように主張できよう。

命題 3. 分解不可能な A, B が与えられ、 $|A| < 1$ ならば、上記の価格体系に於て、 $|A + \lambda B| = 1$ であり、これに属する非負固有ベクトル p が一意的存在する。これが生産価格である。

このように、価値価格と同様、生産価格も左固有ベクトルとして決定されるのである。ブローディはこの分析を、ワルラスとマルクスとの再生である、と考えている。

次に、産出量体系の場合について述べよう。この場合には、(5) と双対な次の方程式、

$$x = Ax + \lambda Bx \quad (6)$$

即ち、

$$(I - A)x = \lambda Bx$$

が得られる。この方程式の意味する処は、物量単位の剰余生産物 $(I - A)x$ が、生産に結合された全資源 Bx に応じて、各部門に一定の比率が配分される、と云う事である。方程式の解は、各部門の同一成長率を保証する産出 x を与える。この様に、 λ は平均利潤率と斉一成長率の二重の表現なのである。この二重性はノイマンによって始めて与えられたものである。

以上に展開された拡大再生産モデルは、単純再生産の場合と同様、不生産的消費を捨象した特殊な場合のモデルである。従ってこの捨象段階では、平均利潤率 = 斉一成長率であるが、不生産的消費を考慮すれば、平均利潤率 > 斉一成長率となる。

以上の展開に引続いて、ブローディはマルクスの拡大再生産表式を次のような四部門の産業連関表に組替えている。ここが 4 部門の内容は、I 部門 II 部門は生産手段、消費資料生産部門、III 部門は労働者階級、IV 部門は資本家階級を現わす。

	I	II	III	IV	I	II	III	IV
I	c_1	c_2	0	0	Δc_1	Δc_2	0	0
II	0	0	$v_1 + v_2$	$e_1 + e_2$	0	0	0	0
III	v_1	v_2	0	0	Δv_1	Δv_2	0	0
IV	0	0	0	0	0	0	0	0

我々がブローディのこの表示を一見して直ぐに判る事は、部門分割の独自性である。即ち、III 部門・IV 部門として労働者及び資本家の取り上げられている点がある。これによって、 $\Delta v_1, \Delta v_2$ の部門間の運動が正確に示される事になった。亦、資本家の消費も一括して表示されている。猶を、資本家部門からの産出は明らかに 0 である。

この表示の欠点は、剰余価値の形成の表示を欠いている点にある。これは彼が特殊な再

生産を想定した事とも関係する。

ブローディの展開した拡大再生産モデルを従来の再生産表式の如何なる具体化とみるか、と云う点について、彼自身によれば、有機的構成不変の下での、 n 部門への一般化である、と云う。亦、彼のモデルは成長の全過程でなく、瞬間的な状態を表現しているに過ぎない。この様な点にも、一般化す可き余地が残されていると云えよう。⁽⁴⁾

以上、単純再生産の場合の価値価格及び拡大再生産に於ける生産価格に関するブローディの所説を見てきたのであるが、ここまでの展開に於て、再生産論と価値論とが双対である、と云う彼の基本的主張の内容は、大略明らかになった事と思う。それを要約しつつ、双対性と労働の二重性及びマルクスと近代経済学との関係についてブローディがどの様に考えているのか、を見る事にしよう。

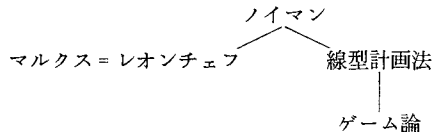
以上の展開に於て見られた双対性とは、(1)と(3)、(2)と(4)との関係の様に、**A**と**B**とが与えられれば、互いに双対な関係にある右固有方程式としての産出量体系、左固有方程式としての価格方程式を解く事によって、産出量ベクトル x と価格ベクトル p とが決定される、と云う事である。即ち、産業連関体系は単なる物量バランスとしてのみでなく、常に、同時に、価格バランスとしても存在しているのである。

この双対性と労働の二重性との関係はどの様なものであろうか。ブローディによれば、産業連関体系の双対方程式は労働の二重性の貫徹の表現以外の何物でもないのである。即ち、産出量体系は使用価値の側面を、価格体系は価値の側面を表現している。この点に、彼の所説の最も積極的な面があるのである。

更に彼は、産出量体系と価格体系との双対性が単純商品生産の場合にも、資本主義の場合にも成立つ事を、云わば、命題2と3との平行性を、マルクスの指摘、即ち、社会的労働の配分の必要は決して社会生産の特定の形態によって廃棄されるのではなく、その貫徹の様式を変えるに過ぎない、と結びつけて理解しようとしている。

では、彼はマルクスと近代経済学との関係について、どの様に考えるのであろうか。

双対性と云う数学的性質をもつモデルは産業連関モデルの他に、線型計画法、ゲーム論、ノイマン・モデル等がある。一般性の観点から、これらのモデルは次の様な図式で示される。



この図式の右側の系列は、目的論的な分析の系列であり、左側は決定論的なそれである。

(4) ブローディは一の方法として、**A**、**B** が変化する場合を挙げている。

この図式ではノイマン・モデルが最も一般的なものとされている点に注意する必要がある。ノイマンの叙述の中に最初の明確な双対性の数式的定式があるのであるが、ノイマン・モデルは亦目的論的・決定論的双方の接近でもある。

ブローディによれば、マルクスは百年も昔に、OR や数理経済学の一原理たる双対性を指摘していた、とされる。そして、この点にマルクスと近代経済学との結節点がある、と彼は主張するのである。

4. 二径路価格

従来理論によると、労働力部門は生産価格の形成に何等関与しない。 B の $n+1$ 行、 $n+1$ 列にある全要素は全て 0 であった。これらが 0 でないとしたならば、どのような価格体系が形成されるであろうか。この時得られる価格体系が、ここに述べる二径路価格 two-channel price である。

労働力の再生産に投下されるファンドは、如何様に全再生産過程及びそれに応じる価格体系を変化させるであろうか。

労働力の再生産費の内容については、既にマルクスによって明らかにされている。それは歴史的にも変化するものである。現今の労働力再生産費はかなりの量的大いさをもち、労働力の懐妊期間も長期である。これら再生産費の構成・量的大いさ・懐妊期間等は、再生産過程に大きな影響を及ぼすに違いないし、従って、産出比率や価格比率を変化せしめるであろう。この点に、労働力の再生産に投下されたファンドを明示的に取扱う問題の重要性がある。しかし、この問題は決して容易な問題ではない。労働力は機械等と異なり、生産活動中であっても消費財を必要とし、再生産期間等を区別し難いのである。

先ず、労働力の再生産の為に投下されるファンドの大いさと回転時間とを考えよう。簡単化の為に、次のような三つの仮定を置く。即ち、個人の一生に於て年々の消費 (c) が一定である事、労働力は年々一定の新価値 (v) を創造する事、及び特殊な単純再生産即ち、⁽⁵⁾ 労働力の再生産コスト = 創造された新価値を仮定する。亦、次の様に記号を定める。

r : 労働者の養成期間

p : 労働者の生産的期間

v , c について図 1 が得られ、 $c-v$ の累積額について図 2 が得られる。

図 2 は、労働力の再生産の為に投下されたファンドが、養成期間の間に累積され、それが労働者の生産への従事によって漸次回収され、最後には 0 (回収終了) となる事を現わしている。そして、点線で示される矩形の高さが、平均的に投下されているファンドの価値を現わす事になる。その値が $rc/2$ である事は明らかである。三番目の仮定より、

図 1

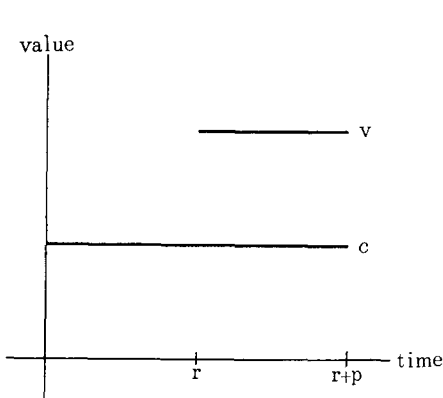
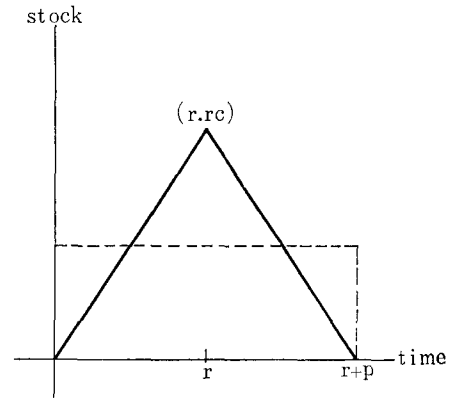


図 2



$$(r+p)c = pv$$

故に、

$$\frac{r}{2}c = (v-c)\frac{p}{2}$$

が成立つ。この式の左辺は、労働力の養成・維持に年々 c だけ必要ならば、 $r/2$ 倍のストックが労働力の再生産の為に平均的に投下されている事、を意味している。例えば、養成期間 r が 20 年であれば、その半分の 10 年分が投下されているのである。右辺も同様に解釈する事ができる。即ち、年々 v だけ新価値創造が行なわれるならば、それだけの価値創造を行なう為に、 $v-c$ の $p/2$ 倍のファンドが平均的に投下されていなければならないのである。このような意味に於て、 $r/2$, $p/2$ は一種の回転時間である。

では、次のように二径路価格を定義しよう。⁽⁶⁾

$$\bar{p} = (p, 1 + \beta)$$

$$p = pA + \pi pB + (1 + \beta)v + \pi(1 + \beta)z \quad (7)$$

但し、 β : 賃金の mark-up rate

π : 資本の mark-up rate

z : 可変資本

(5) ここでの v, c は以前 A の縁取りにでてきたのとは異なる。しかし、(7) 式以降の v, c は以前のそれと同じである。

(6) この定義は、Sekerka-Hejl-Kyn [12] によるとされているが確認できなかった。

(7) 式で定義された二径路価格の意味は、剰余が、資本の mark-up rate π と賃金のそれ β に従って価格に算入される、と云う事である。

ここで、次の様な拡大資本係数行列

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B & g \\ z & 0 \end{bmatrix}$$

但し、 g : 労働力の再生産に結合せられたフォンドの係数
を導入する。この $\bar{B}$ は、労働力の再生産に必要なフォンドを考慮した場合に再生産過程が受ける変化を現わしている。この時、(7) 式で定義された $\bar{p}$ は、行列 $A + \pi \bar{B}$ の左固有ベクトルになっている、とブローディは主張する⁽⁷⁾。即ち、

$$\begin{aligned} \bar{p}(A + \pi \bar{B}) &= (p, 1 + \beta) \left\{ \begin{bmatrix} A & c \\ v & 0 \end{bmatrix} + \pi \begin{bmatrix} B & g \\ z & 0 \end{bmatrix} \right\} \\ &= (pA + \pi pB + (1 + \beta)v + \pi(1 + \beta)z, pc + \pi pg) \\ &= (p, pc + \pi pg) = (p, 1 + \beta) = \bar{p} \end{aligned}$$

かく得られた $\bar{p}$ は生産価格を一般化したものである。実際、上の式に於て、

$$\beta = \pi pg$$

なる関係が成立っているから、 β は任意に決定されるのではない。ここで $\beta = 0$ と置けば、 $g = 0$ となり、労働力の再生産への投資が 0 の場合であり、生産価格に帰着する。更に、 $\bar{B}$ に於て、 g が決定的役割を演じる場合、云わば、大部分のフォンドが労働力の再生産の為に投下されている場合、照応する価格体系は、

$$(p, 1 + \beta) \left\{ \begin{bmatrix} A & c \\ v & 0 \end{bmatrix} + \pi \begin{bmatrix} 0 & g \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} = (pA + (1 + \beta)v, pc + \pi pg)$$

即ち、

$$p = pA + (1 + \beta)v$$

これより、

$$p = (1 + \beta)vQ$$

これは価値価格と類似の価格体系である。即ち、 p は v に比例している。

以上で、価値価格、生産価格、二径路価格の三つの価格体系が、歴史的序列に従って示されたのであるが、ブローディはこの事に関して、次のように云う。労働力の再生産に投下されるフォンドの量は歴史的に増加の傾向にある。価値価格は労働力を過小評価しており、不生産的消費がある場合には、労働資源を浪費してしまう。従って、価値価格は単純商品生産の場合にのみ適切に作用するであろう。生産価格は、価値価格と異なり、生産過程

(7) 以下の展開に於て、 $pc = 1$ とされているが、拡大再生産の場合には、 $pc < 1$ の筈である。この点納得できないが、前註 (6) を参照されたい。

に投下された資本の大きさを反映するが、労働力の再生産に投下された部分は何等示されない。その点、やはり労働資源の浪費に導く。これに反し、二径路価格は、生産価格の一般化されたものであり、労働力の再生産に必要なフォンドをも考慮した価格体系である。この価格体系は労働力の適正な配分に有効であろう。更に、将来の価格体系を考えるならば、労働力の再生産に投ぜられる部分の大きさの相対的増大によって、それは価値価格に近づいていく事であろう。勿論、その様な歴史的局面はずっと先の事であろう、と。

〔II〕

以上で、産業連関体系の双対性と労働の二重性との関係及びそれに基づく二径路価格の提唱と云う、ブローディの見解の概略が示されたのであるが、これは、従来近代経済学の側に於て主として展開せられた動学的投入産出分析や、ノイマンの競争的均衡価格の理論等を、労働価値説の立場から基礎付けようとする試みであると云って良い。

静学的開放体系に於る産出量と価格との双対関係は、既に周知の事柄であり、その価格が労働価値説と密接な関係を持つ事も指摘されている。しかし、所謂動学的投入産出分析についてはどうであったか。少なくとも、それを生産価格論と結びつけて論じる試みは、マルクス主義経済学の側には無かったように思われる。管見の範囲で云うならば、彼の試みは、この方面に於る嚆矢である。この様な意味に於て、前述の双対性と労働の二重性との関係付をも含めて、彼の試論を高く評価したいと思う。

但し、彼が再生産論と価値論とが双対である、と云う場合、不正確の感を免れ得ない。彼の言に従えば再生産論＝物量バランス論、価値論＝価格バランス論となってしまうが、再生産論は再生産過程に於る価値的・素材の補填を解明するものであるから、それを素材視点の側のみ局限する事はできない。この点に、いみじくも W. レオンチェフ⁽⁸⁾が序文で述べている様に、ブローディがランゲの学説の延長線上にある事を窺い知る事ができる。亦、彼は価格ベクトルが価格比率のみを与えているに過ぎないとするのであるが労働価値説の立場からすれば、 v は客観的に与えられる筈であり、それに従って、価格も決定される筈である。事実、彼自身、彼のモデルの一応用として複雑労働と単純労働の換算の問題を、労働力部門を disaggregate して解く試みを示した個処では、全ての生産物は市場に入る以前に価値を有している旨を述べているのであるから、この様な点に関して、労働価値説の立場が徹底していない様に思える。更に、彼は産出高比率が価値なくしても得られる点に注目し、何故価値概念が必要か、と自問するのであるが、この点に関する彼の理解も明確ではない様である。以上の様な点に彼の所説の均衡論的性格を垣間見る事ができよう。

(8) Bródy [7] には、W. レオンチェフが一文を寄せている。

しかし、ランゲと比較した場合、少なくともブローディは労働価値説を理論展開の基礎に据えており、ランゲより一段と進歩していると云って良い。

双対性を結節点とする、マルクスと近代経済学との接合に関する彼の意見には、疑義無しとしない。マルクス主義経済学に於て数学的展開が立遅れていた事は否定できないが、だからと云って、近代経済学と接合する必要は毛頭ない。彼の展開も、接合と言うよりも、むしろマルクス主義経済学による数理経済学の基礎付けと言う可きである。

では、以上の労働の二重性と双対性との関係に基づいて、産業連関表と再生産表式との関係を考えよう。

先ず、産業連関表は再生産表式の発展したものである事は明らかである。即ち、労働の二重性の観点が、産業連関表の縦・横の側面に示されている。従来⁽⁹⁾の再生産表式は、表式とは云え、唯数式を横に読むだけの、直線的表示（1次元的存在）に過ぎなかったが、産業連関表は云わば、平面的表示（2次元的存在）であり、両者の次元は決定的に異なっている。

更に、ブローディの場合、労働力部門が重要な存在としてその意義を発揮している点に独自性がある事を見落す事はできない。彼の展開は、産業連関表が労働力の配分計画に有効である事を示している。即ち、従来⁽⁹⁾の再生産表式では、労働力の運動は可変資本の裏面の運動として把握されていたに過ぎないが、産業連関表によれば、これを陽表的に示す事が可能である。かくして、労働資源の配分問題の解決への道が開かれるのである。亦、この点に、産業連関表の従来⁽⁹⁾の再生産表式に対する理論的發展を見る事ができる。即ち、労働力はやはり一の生産物であるが、非常に特殊な生産物であり、優れて歴史的な存在である。それは生産的に消費される事によって、自らの持つ価値以上の価値＝剰余価値を創出し得る、と云う増幅作用をもっている。この点こそ、人間の労働能力が経済過程に於る規定的な要因である所以なのである。そして、労働力の再生産・支出は、一見簡単な運動の様に見えながらも、極めて複雑な運動を行なっている。労働力の価値を直接所謂 $c+v+m$ で表現する事は困難であり、従って消費財を通して、それを行なうのだが、この点に従来⁽⁹⁾の再生産表式では労働力部門を導入し得なかった理由がある様に思われる。剰余価値を生ずる労働力部門に関する投入と産出とは、切離されなければならない様に思われる。

さて、ブローディは労働力の再生産を考慮した二径路価格を主張するのであるが、この点をどう評価す可きであらうか。

確かに、彼の言う通り、労働力の再生産費の量的・質的变化が、再生産過程に大きな影響を及ぼすであろう事は、想像するに難くない。生産力の高度化につれ、労働力の再生産

(9) 望月喜市 [9] 参照。猶を、産業連関表を再生産表式の部門への一般化とするブローディの主張はランゲと同様なものである。

は個人的消費の枠内のみならず、社会的規模に於ても行なわれる様になり、所謂教育投資等も行なわれる。これが量的に相当な大いさになれば、当然その運動を軽視する事は許されない。産出量の側に於てこの教育投資への支出を無視し得ないとするならば、双対性の当然の結果、価格の側に於ても然りである。この様な意味に於て、我々は彼の提唱するこの二径路価格を肯定的な方向で評価し得るであろう。

しかし、固より彼の展開が未完成である事は否定できない。

二径路価格の計算には、 A , $\bar{B}$ の決定が必要であるが、最も重要なのは g の決定である。この g の決定はそれ自身独自の問題であるだろう。ブローディは特殊な仮定の下に、労働力の再生産の為に投下されたフォンドと労働の支出による新価値創造との間に成立つ量的関係を分析したのであるが、この分析は勿論、彼に於てすら、端初に過ぎない。

社会主義経済に於る計画的な価格決定の重要性は今更云う迄もないが、労働力の価値を正当に評価し、その浪費を防ぐ価格体系が当然追求される可きであろう。

これからの産業連関表の計画化への応用は積極的に、動学的な体系に基づいて行なわれる可きであろう。資本係数 b_{ik} を計測する事により、動学モデルも政策的に応用可能である。 a_{ik} のみならず、 b_{ik} の正確な計測及び将来の係数の値の予測が益々重要性を増さざるを得ない。それと同時に、 A , B 等の拡大行列の内容を完備拡充していかなければならない。例えば、ブローディは労働力部門から自部門への産出を零としているが、この部分は家事労働等を含んでおり、現実には相当の量的大いさであり、労働力の配分計画に於て決して無視し得ない処である。更に、労働力部門を含む動学的な体系に、予備労働力等の資源状態を陽表的に示していなければならないだろう。初期のソビエトのウクライナ共和国では、扶養人口数迄計上した労働バランスが作成された記録があるが、労働連関バランスは当然この方向へも発展しなければならない。

〔Ⅲ〕

最後に、彼の所説の内興味ある一つの試みとして、上述の産業連関体系に目的函数を設定したものを検討しよう。

彼が試みたものは二通りあって、一方は計画最終年度(T)に於る総産出 x_T の評価 cx_T (スカラー値) を最大化する問題であり、他方は最終目標値が与えられた場合、達成期間を最短化する問題である。制禦変数は共に、経済的予備である。

最大化問題は次の通りである。

差分不等式により、

$$B(x_{k+1} - x_k) \leq (I - A)x_k$$

が与えられたとする。スラック変数(経済的予備) y_k , $b \geq y_k \geq 0$ を導入すると、方程式

$$B(x_{k+1}-x_k)=(I-A)x_k-y_k$$

が得られる。 B が正則であるならば、

$$D=B^{-1}(I-A)+I$$

として、

$$x_{k+1}=Dx_k-B^{-1}y_k \quad (1)$$

が得られる。(1) 式の意味は、状態 x_k が与えられれば変換 D が行なわれ、更に制禦によって x_{k+1} に達する、と云う事である。これより、問題は、次の様になる。即ち、

$$\begin{aligned} & \max \quad cx_T \\ & \text{subject to} \quad x_{k+1}=Dx_k-B^{-1}y_k, \quad k=0, 1, \dots, T-1 \\ & \quad \quad \quad 0 \leq y_k \leq b \end{aligned}$$

なる可く y_k を決定せよ。

さて、最適制禦 y_k^* ($k=0, 1, \dots, T-1$)、応ずる径路を x_k^* ($k=1, \dots, T$) とし、摂動を y_k', x_k' とする。

$$c(x_T^*+x_T') \leq cx_T^* \quad \text{i.e.} \quad cx_T' \leq 0 \quad (2)$$

が成立つ時、その時に限り、 x_T^* は最適である。亦、

$$x'_{k+1}=Dx'_k-B^{-1}y'_k \quad \text{但し、} \quad x'_0=0 \quad (3)$$

今、

$$P_T=c, \quad p_k=p_{k+1}D$$

で補助価格体系を導入し、(3) の両辺に p_{k+1} を乗じ、0 から $T-1$ まで加えて整理すれば、(2) は、

$$\sum_0^{T-1} p_{k+1} B^{-1} y'_k \geq 0 \quad (4)$$

となる。

$y'_k, p_{k+1}B^{-1}, y_k^*$ の第 i 元を各々 $(y'_k)_i, (p_{k+1}B^{-1})_i, (y_k^*)_i$ と現わす。亦、 y'_k に於て今それ以外の元を全て 0 と置く。

もし、 $(p_{k+1}B^{-1})_i > 0$ であれば、(4) は $(y'_k)_i \geq 0$ の場合にのみ成立つ。これはある制禦に対して、その摂動が+の方向に行なわれる事を意味する。従って、 $(y_k^*)_i$ はそのとり得る値の最小値でなければならない。以上と同様の推論により、次の結果が得られる。

- (a) $(p_{k+1}B^{-1})_i > 0$ ならば、 $(y_k^*)_i = 0$
- (b) $(p_{k+1}B^{-1})_i < 0$ ならば、 $(y'_k)_i = b_i$
- (c) $(p_{k+1}B^{-1})_i = 0$ ならば、 $(y_k^*)_i$ は決定されない。

以上の過程を数値例で示すと、次のようになる。

$$A = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.3 \\ 0.5 & 0.3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

とすれば,

$$D = B^{-1}(I - A) + I = \begin{bmatrix} 2.1 & -1 \\ -1.6 & 2.7 \end{bmatrix}$$

$$c = (1.1), \quad x_0 = (100, 100)^T, \quad 0 \leq y_k \leq 0.01x_k$$

とすると, 補助価格は,

$$p_2 = c, \quad p_1 = p_2 D = (0.5, 1.7)$$

$$p_2 B^{-1} = (0, +), \quad p_1 B^{-1} = (-, +)$$

かくして,

初期状態	変 換	制 禦	最終状態
$\begin{bmatrix} 100 \\ 100 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.1 & -1 \\ -1.6 & 2.7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 100 \\ 100 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$= \begin{bmatrix} 109 \\ 111 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 109 \\ 111 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.1 & -1 \\ -1.6 & 2.7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 109 \\ 111 \end{bmatrix} -$	$0 = \begin{bmatrix} 117.9 \\ 125.3 \end{bmatrix}$

固より, x_0 から出発するこの体系のターンパイク径路は,

$$x_1 = Dx_0 = \begin{bmatrix} 110 \\ 110 \end{bmatrix}, \quad x_2 = Dx_1 = \begin{bmatrix} 121 \\ 121 \end{bmatrix}$$

であって上述の径路はこのターンパイク径路から外れて居り, 長期的にみれば決して最適とは云えないであろう。

次に, 最短計画期間の問題は, 連続分析の型式で与えられている。基礎になる不等式は,

$$Bx \leq (I - A)x$$

であるが前と同様にして,

$$Bx = (I - A)x - y \quad (5)$$

補助価格体系は,

$$\dot{p}B = -p(I - A)$$

これより所謂ハミルトニアンが次式で示される。

$$F(p, x, y) = 1 + p(I - A)x - py$$

この時,

$$\frac{\partial F}{\partial p} = (I - A)x - y = Bx$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = p(I - A) = -\dot{p}B$$

問題の定式化は,

$$\min J(y) = \int_{t_0}^{t_1} [F(p, x, y) - pBx] dt = t_1 - t_0$$

$$\text{subject to } (5), \quad 0 \leq y \leq b$$

なる可く、 y を決定する事、となる。以前と同様にして、最適性は、変分 ΔJ について、

$$\Delta J = J(y^* + y') - J(y^*) \leq 0$$

となるが、古典の変分法により、 $t_0 \leq t \leq t_1$ なる全ての t に対して、

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

が必要条件として得られる。かくして、 $F(p, x, y)$ は y の函数としては、最適経路上で極値をとっている。従って、(スカラー) py を全ての t に対して極小化する y が求める y^* になる。かくして、前述の結果と同様に、

- (a) $p_i > 0$ ならば、 y_i は最小値をとる。
- (b) $p_i < 0$ ならば、 y_i は最大値をとる。
- (c) $p_i = 0$ ならば、 y_i は決定され得ない。

以上の展開の中で、彼は補助価格を導入しており、これが目的函数との関連に於て重要な役割を果している。この補助価格は実は影の価格になっているのだが、この点の立入った考察は次の機会に譲らざるを得ない。以上の彼の試みも未だ端初的なものであり、数学的にも問題がある。唯、これからの最適計画化問題の分析に於ては、バランス的な法則性と最適的法則性 (= 目的論的合法則性) との関係を念頭に置く可きであろう。

参考文献

- [1] Bródy, András, "The unicity of the prices of production and of the average rate of profit. A convergent computation process." Lukács, O. ed., *Input-Output Tables*, 1962, Budapest.
- [2] ———, "The Model of Expanding Reproduction," *Colloquium on the Application of Mathematics to Economics*, 1965, Budapest.
- [3] ———, "Three types of price systems," *Econ. Plan.*, vol. 5, No. 3, 1965.
- [4] ———, "A simplified growth model," *Quart. J. Econ.*, vol. 80, No. 1, 1966.
- [5] ———, "On linear models of the economy," *Acta oecol.*, vol. 2, No. 3, 1967.
- [6] ———, "Dual concept of the economy in Marx's "Capital" ", *Acta. oecon.*, vol. 2, No. 4, 1967.
- [7] ———, *Proportions, prices and planning—A mathematical restatement of the labour theory of value—*, North-Holland, 1970.
- [8] ランゲ, O. 「投入産出分析に関する若干の考察」, 『マルクス経済学の数学的方法』(上) 1960 年, 青木書店。
- [9] 望月喜市「社会主義経済計画の用具としての再生産表式の発展」『立命館経営学』第 1 巻第 1 号, 1962 年。
- [10] 二階堂副包『現代経済学の数学的方法』, 岩波書店, 1960 年。
- [11] ———, 『経済の為に線型数学』, 培風館, 1961 年。
- [12] Sekerka-Hejl-Kyn "Price computations in Czechoslovakia", A. P. Carter, A. Bródy (eds.) *I. Contributions to Input Output Analysis*, North Holland, 1969.
- [13] 山田盛太郎『再生産過程表式分析序論』, 改造社, 1931 年。

猶を、[1]～[6]については、別刷を関恒義教授より拝借した。記して謝意を表する次第である。