書　評

R. Frish,『Theory of Production』1965 D. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland

小　野　浩

I

従来生産理論のテキストとしてカールソンの『A Study on the Pure Theory of Production』(1)があげられる．本書はこれに付加されるべきテキストの一冊であることは疑いない．但しそれは独立した一個の付加物ではない．カールソンの著作の中にはフリッシュの生産理論の展開で重要な役割を任っている用語が形を変えて登場する．これは本書の英訳出版が 1965 年であるが実はフリッシュ自身が preface で述べている如く，1926 年にオスロ大学の講義で本書の内容が完成されていたことによる．従って出版年代とは逆にカールソンの著作がフリッシュの生産理論を基礎とし，これの補充かつ拡充を試みたものであることは読書に際して両者を対比すれば一目瞭然である．

本書では企業が maximizing principle に従がって行動すると暗黙のうちに仮定している．かかる企業行動の仮定はサミュエルソンの『Foundations』(2)において顕著に取扱われている．maximizing principle の仮定は『Foundations』と同様数学的操作を容易にし，本書の構成を elegant なものにしている．本書のこの elegancy の基軸をなしているのは初等的数学で多くの経済学的に有意味な結論を導びき出していることと，生産理論と費用理論という二分されがちな両理論を企業の maximizing behaviour の仮定より関連づけることを示したことによる．適切にもカールソンは《経済学者は生産理論の諸関係を長い間認識していたけれど，これらの諸関係は一フリッシュとシュナイダーの著作を除いては一理論の単一体に統合されることなく費用理論，資本と利子理論そして分配理論を通して孤立した破片として四散された》(3)と述べている．カールソンの言葉を借りればフリッシュが本書で試みているのは生産理論と費用理論を maximizing principle で単一体に統合することである．分配理論との統合は《marginal elasticity》の概念を使えば可能であるがフ

(1) S. Carlson,『A Study on the Pure Theory of Production』, Kelley and Millman, Inc. New York. 1956.
(2) P. A. Samuelson,『Foundations of Economic Analysis』Atheneum New York. 1965.
(3) S. Carlson, ibid, preface 参照.

リッシュは試みていない.

本書は5部よりなる. 1部は基本概念でありここでは後の章で technical な議論に入る前に種々の例をあげて生産・生産要素, 技術変化・生産期間の問題等を説明している. 2部は《連続要素 (continuity factors.》を考えての生産理論の展開である. この部分が本書の静学体系の核をなしていることは疑いない. 3部は2部の連続要素を《制限要素 (limited factors)》に変えた場合の議論である. フリッシュは明確に意識していないがこれは L.P. の問題である. 4部は《多商品生産 (multi-ware production)》を扱っている. 5部は動学理論である.

私が以下で概説するのは2部を中心とした議論であり3部は2部と関連する限りにおいて取扱われる. 5部はそれ自身独立した問題を扱っているので除外した.

II

1部は2部の議論のための種々の仮定を設けていると考えてよい. これらの仮定は以下の3つに集約される.

1. 生産要素数量は技術的単位で測定可能である. 2. 技術進歩がない. 3. 危険や予想の要素が入らない.

1の仮定から, 例えば肉体労働と管理労働を同一の尺度で測定しうるか否かという問題が捨象される. 2の仮定はフリッシュのいう《constant technique》という語にあたるが誤解を避けるため現代的意味に書き改めた. これは生産関数がただ1つの関数形として生産要素に関連づけられるということである. すなわち1つの要素の結合セットに対して1つの産出量しか対応しない, ということである. 3は生産関数に将来の不可測な危険や予想の問題を導入して確率で処理することを避ける仮定である.

以上の3つの仮定より生産関数を $x=f(v_1\cdots v_n)$ と表わすことができる. ここで x は産出量, v_i は生産要素数量である. さて以下の議論を円滑ならしめるために種々の用語や定義を明らかにしておこう.

限界生産性を $x_i'=\partial x/\partial v_i$, 平均生産性 $\bar{x}_i=x/v_i$, 《product acceleraton》を $x_{ij}''=\partial^2 x/\partial v_i \partial v_j$ で表わす. $x_h'>0$, $x_k'>0$ のとき生産要素 h と k は代替関係にあるといわれる. 諸要素のいかなる組合わせも互いに代替関係にある《要素図 (factor diagram)》での領域を代替領域という. $x_{ij}''>0$ のとき i と j は補完的, $x_{ij}''<0$ のとき代替的, $x_{ij}''=0$ のとき独立であるという.

次に《marginal elasticity》を説明する. これは $\varepsilon_i=\dfrac{\partial x}{\partial v_i}\cdot\dfrac{v_i}{x}\cdots(1)$ で定義され容易に判るようにそれは限界生産性と平均生産性の比である. しかるに $\dfrac{\partial \bar{x}_i}{\partial v_i}=(x_i'-\bar{x}_i)/v_i$ より $x_i'\gtreqless\bar{x}_i$ のとき $\partial\bar{x}_i/\partial v_i\gtreqless 0$ 従って平均収穫逓増であるかは逓減であるかは《marginal elasticity》の termで容易に表わされることが判る．すなわち，$\varepsilon_i>1$ のとき i 番目の要素に対する平均収穫逓増，$\varepsilon_i<1$ のとき i 番目の要素に対する平均収穫逓減，である．$\varepsilon_i=1$ のとき要素図上での要素点は《最適点 (optimum point)》と云われる．これは $\varepsilon_i=1$ のとき i 番目の平均生産性が極大になっていることによる命名であろう．

定義から明白に《marginal elasticity》は生産物に占める i 要素の貢献度を示す．一次同次の生産関数の仮定では ε_i は要素分配率をさす．次に『Theory of Production』の静学体系の重要な概念規定をなす《passus coefficient》(4) についてのべる．これはすべての要素が比例的に変化するときそれらの要素の１つに関する生産物数量の弾力性を表わす．$\varepsilon=\dfrac{d^{\mathrm{Pr}}\cdot x}{d^{\mathrm{Pr}}\cdot v_k}\cdot\dfrac{v_k}{x}\cdots\cdots(2)$ である．$d^{\mathrm{Pr}}\cdot v_i$ は無限小の比例的要素の増大，$d^{\mathrm{Pr}}\cdot x$ はそれに応ずる生産数量の無限小の増大を表わしている．ε の性格を明らかにしてゆこう．

要素図上に任意の要素点を与えあらゆる要素を μ 倍すると $v_i=\mu v_i{}^0=v_i(\mu)$, $x=x(v_1, \cdots, v_n)=x(\mu v_1{}^0\cdots\mu v_n{}^0)=g(\mu)$ となり $\varepsilon=\dfrac{dg(\mu)}{d\mu}\cdot\dfrac{\mu}{g(\mu)}=\dfrac{d\log g(\mu)}{d\log\mu}\cdots(3)$ となる．μ は生産の規模を表わす．ところで μ に関する平均生産性 $\bar{x}_i$ の弾力性を El. $\bar{x}_i:\mu$ で表わすと (3) 式で定義された ε との間には El. $\bar{x}_i:\mu=\varepsilon-1\cdots(4)$ なる関係がある．(4)式は μ に関して平均生産性を極大にするには企業は $\varepsilon=1$ なるように行動すればよいということを意味している．フリッシュが $\varepsilon=1$ のときを《技術的最適規模 (technical optimal scale)》と呼んでいるのは $\varepsilon=1$ の場合，かかる企業の行動が想定されていることを意識しているからである．更に ε の定義から明白に $\varepsilon=1$ の場合生産関数は１次同次である．(1)と(2)の ε_i と ε の定義より《passus equation》と呼ばれる関係 $\varepsilon=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\cdots(5)$ を導びくことができる(5)．(5)は企業がある要素に関する平均生産性を最大にするような要素数量を決定することが全体としての企業の《scale》決定の behavior に関連していることを示す点で興味深い式である．

我々はフリッシュが ε の性格について《parri-passu law》と《ultra-passum law》と名づけている法則を明らかにする．前者は $\varepsilon=1$ の場合でありこれは１次同次の生産関数の仮定と同義である．後者は非１次同次の場合であるがフリッシュが考えているのは《regular ultra-passum law》という《ultra-passum law》に１つの制約を加えた法則である．これは ε と任意の v_k の間に $d\varepsilon/dv_k<0$ なる関係がある場合である．今日的言葉で言えば規模に関する収穫逓減の法則に他ならない．フリッシュはこれら生産の技術的な法則を２つの市場形態に結びつけて分析している．第１は完全競争であり第２は独占である．まず第１の完全競争に関して概説しよう．これに先立ってフリッシュによって導入された《sub-

(4)　《passue coefficient》は Carlson, ibid. においては《function coefficient》, E. Schneider,『経済理論入門』(山川・大和瀬訳) 昭41. では《プロセス水準弾力性》, S. Danφ,『Industrial Production Models』1966 では《elasticity of production》』と呼ばれている，

(5)　証明はフリッシュが３通り与えている．R. Frisch, ibid. p.p. 73～77.

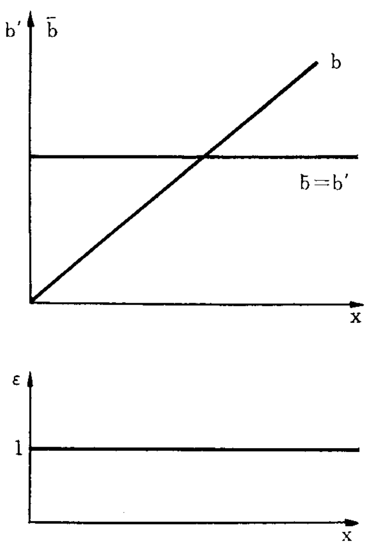
[6]stitumal》なる概念を明確にする必要がある．《substitumal》は費用線と等量曲線の接点の軌跡である．これは企業の費用極小あるいは生産物極大の behaviour より得られる均衡の必要条件 $\lambda=\frac{q_1}{x_1'}=\cdots=\frac{q_n}{x_n'}\cdots(6)$ の要素図上の軌跡である．ここで λ はラグランジェの未定乗数，q_i は要素価格である．当然フリッシュは要素図上で $x_i'>0$ $(i=1,2,\cdots,n)$ なる領域を考えているから《substitumal》は代替領域内にあることが判る．《substitumal》上で生産の技術的指標たる《passus coefficient》ε と平均費用，限界費用を結合することができる．我々は今までのところ《substitumal》上のどこに生産物数量が決定されるかに関して何ら言及していない（これは企業の利潤極大行動より得られる）．

費用極小（あるいは生産物極大）にする要素数量の決定は生産物数量と生産物価格をパラメーターとして決定される．故に生産要素価格が既知であとるすれば均衡における要素の投入量は $v_i=v_i(x)$ $(i=1,2,\cdots,n)\cdots(7)$ なる形で解ける．(7)より $1=\sum x_i'v_i'\cdots(8)$ を得る．ここで $v_i'=dv_i/dx$. (7)と(8)を使って λ が限界費用に等しいことが容易に示される．すなわち $b'=\frac{db(x)}{dx}=\sum q_iv_i'\cdots(9)$ ところが(6)より $b'=\sum \lambda x_i'v_i'=\lambda\sum x_i'v_i'=\lambda\cdots(10)$ ここで b は費用関数，b' は限界費用を表わす．なおこれまでの議論に固定要素を加えても本質的に変らない．

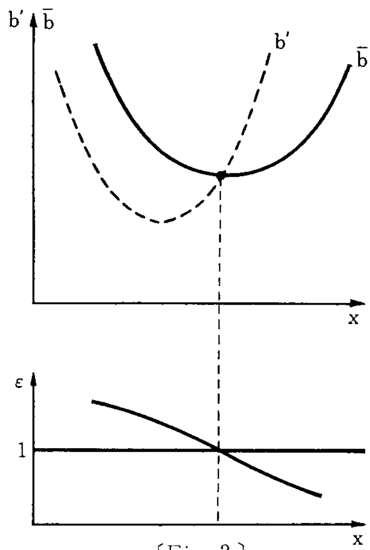
次に種々の弾力性概念を導入して費用関数と《passus coefficient》の関係を吟味している．費用関数は $b=\sum_i q_iv_i\cdots(11)$ で表わされるから(6)の関係を代入して $b=\lambda\sum x_i'v_i\cdots(12)$ を得る．前述の《passus equation》を変形して $\sum x_i'v_i=\varepsilon x\cdots(13)$ なることが容易に判るから，(10), (12)そして(13)より $b=\lambda\varepsilon x=\varepsilon b'x\cdots(14)$ を得る．従って平均費用を $\bar{b}$ で表わすと $\bar{b}=\varepsilon b'\cdots(15)$ と表わすことができる．又生産物数量に関する費用関数の弾力性 $\check{b}$ はその定義により $\check{b}=b'/\bar{b}\cdots(16)$ なる関係があるから，(15)と(16)より $\check{b}=\frac{1}{\varepsilon}\cdots(17)$ なる関係を導びくことができる．生産物数量に関する平均費用と限界費用の夫々の弾力性を $\check{\bar{b}}, \check{b}'$ と表わすと簡単な計算によって $\check{\bar{b}}=\check{b}-1=\frac{1}{\varepsilon}-1\cdots(81)$ と $\check{b}'=\frac{1}{\varepsilon}-1-\check{\varepsilon}\cdots(19)$ であることが判る．ここで $\check{\varepsilon}$ は生産物数量に関する《passus coefficient》の弾力性である．すでに述べたようにフリッシュは生産法則を《parri-passu law》と《regular ultra-passum law》に分けた．これらの法則と費用関数と ε の間にどのような関係があるかが(15), (18)そして(19)の各式より明白となる．まず《parri-passu law》の場合 $\varepsilon=1$ を代入することによって $b'=\bar{b}$, $\check{\bar{b}}=0$, $\check{b}'=0$ を得る．《regularultra-passum law》の場合 ε を1より大，1に等しい，1より小の場合に分けて考える．$\varepsilon>1$ の時 $\bar{b}>b'$, $\check{\bar{b}}<0$. $\varepsilon=1$ の時 $\bar{b}=b'$, $\check{\bar{b}}=0$, $\check{b}'>0$, $\varepsilon<1$ の時 $\bar{b}<b'$, $\check{\bar{b}}>0$, $\check{b}'>0$

以上を図で表わすと以下のようになる．

(6) Carlson, Danø は《Expansion path》, Schneider は《生産要素調節曲線（最小費用線）》と呼んでいる．



〔Fig 1〕
parri-passu law



〔Fig 2〕
regular ultra-passum law

固定費用を加えると《parri-passu law》においては $b'=\bar{b}$ が上方に平行移動し，《regular ultra-passum law》では $\bar{b}$ が上方に移動することが容易に知れる．

以上のフリッシュの分析は生産物数量をパラメーターとして《substitumal》上で議論している．更に付加されねばならぬのは《substitumal》上のどこに生産物数量が決定されるかである．これは企業の利潤極大行動より限界費用と生産物価格が等しい点で決定される．このようにして２つの調整，すなわち代替調整と数量調整によって生産物価格と生産要素価格を与えて生産物数量と生産要素数量が企業の maximizing behaviour により決定されることを見てきた．フリッシュは更に利潤極大によって一段階で解けることを示しているがこれは『Foundations』と同じ手法であるので省略する．

１つの興味ある結果は利潤率 $\frac{r}{b}$（r は総利潤を表わし固定費用は存在しないものとする）極大の必要条件は $\varepsilon=1$ であるということである．このことは《parri-passu law》においては利潤率を極大にする生産物数量は決定されないが《regular ultra-passum law》においては利潤率を極大にする生産物数量が平均費用と限界費用の等しいところで決定されるということを意味する．後者の場合は生産の長期均衡に他ならない．

次にわれわれは完全競争と対比してフリッシュが《elasticity influenced price-quantity adjustment》と呼んでいる場合を取扱かう.《elasticity price-quantity adjustment》とは生産物の需要関数 $p=p(x)\cdots(20)$ 生産要素の供給関数 $q_i=q_i(v_i)$ $(i=1, 2, \cdots, n)\cdots(21)$ を前提とする場合の企業の行動様式である. この企業の行動はたとえば(20)式に関してはシュナイダーが適切にも説明しているように(7)《もし供給者がその販売量は彼自身の指令パラメーターのみに依存し, 他の供給者の指令パラメーターにまでかかわることはない, と考えるならば彼は独占的に行動している》ということであって生産物と生産要素の両市場における企業の独占的行動を意味している.

まず企業の費用極小(あるいは生産物極大)の均衡の必要条件は $\lambda=\dfrac{q_1(1+\check{q}_1)}{x_1'}=\cdots=\dfrac{q_n(1+\check{q}_n)}{x_n'}\cdots(22)$ である. ここで $\check{q}_i$ は《supply-flexibility》と云われ $\check{q}_i=\dfrac{dq_i}{dv_i}\cdot\dfrac{v_i}{q_i}$ で定義されている. 通常 $q_i>0$ である. (22)から容易に判るように $\check{q}_i=0$ のとき(22)は(6)になる. $b'=\lambda$ なることは均衡の必要条件と(8)より得られる. $\check{q}_i$ を各 q_iv_i でウェイトづけした $\check{q}_0=\sum(q_iv_i)q_i\div\sum q_iv_i\cdots(23)$ を考えると以下の結果が得られる.

$$\bar{b}=\frac{\varepsilon}{1+\check{q}_0}b', \quad \check{b}=\frac{1+\check{q}_0}{\varepsilon}-1, \quad \check{b}'=\frac{1+\check{q}_0}{\varepsilon}-1-\mathrm{El.}\left(\frac{\varepsilon}{1+\check{q}_0}\right)$$

われわれは $\dfrac{\varepsilon}{1+\check{q}_0}$(フリッシュはこれを《flexibility-corrected passus coefficient》と名づけている)が産出量の増大とともにどのように変化するかの十分な情報を有していない. 従って $\dfrac{\varepsilon}{1+\check{q}_0}$ がまず1より大きく次第に減少して1を通り1より小なる場合を想定する. これは $\mathrm{El.}\left(\dfrac{\varepsilon}{1+\check{q}_0}\right)<0$ ということを意味する.

$\varepsilon/1+\check{q}_0>1$ の場合 $\bar{b}>b'$, $\check{b}<0$, $\check{b}'$ は不定

$\varepsilon/1+\check{q}_0=1$ の場合 $\bar{b}=b'$, $\check{b}=0$, $\check{b}'>0$

$\varepsilon/1+\check{q}_0<1$ の場合 $\bar{b}<b'$, $\check{b}>0$, $\check{b}'>0$

上の場合を図示するためには Fig.2 の縦軸の ε を $\varepsilon/1+\check{q}_0$ に変えるだけで充分である. 結局《regular ultra-passum law》を完全競争と独占の場合に分けて費用関数の性質を示すならば次の表のようにまとめられる.

		$\bar{b}$ と b' の大小	平均費用曲線の勾配	限界費用曲線の勾配
完全競争	$\varepsilon>1$	$\bar{b}>b'$	下 降 $(\check{b}<0)$	不 定
	$\varepsilon=1$	$\bar{b}=b'$	最小点 $(\check{b}=0)$	上 昇 $(\check{b}'>0)$
	$\varepsilon<1$	$\bar{b}<b'$	上 昇 $(\check{b}>0)$	上 昇 $(\check{b}'>0)$
独占	$\dfrac{\varepsilon}{1+\check{q}_0}>1$	$\bar{b}>b'$	下 降 $(\check{b}<0)$	不 定
	$\dfrac{\varepsilon}{1+\check{q}_0}=1$	$\bar{b}=b'$	最小点 $(\check{b}=0)$	上 昇 $(\check{b}'>0)$
	$\dfrac{\varepsilon}{1+\check{q}_0}<1$	$\bar{b}<b'$	上 昇 $(\check{b}>0)$	上 昇 $(\check{b}'>0)$

(7) E. Schneider, ibid. p. 65.

以上がフリッシュの第2部の議論の要約である．

第3部は《制限要素》の場合であるがここでは特に注目に値する1つの結果を示すのに止める．

総収入 r は要素投入の関数として以下のように示される． $r=px-\sum v_i q_i=r(v_1\cdots v_n)\cdots$ (23)．いま(23)のように総収入が表わされると

$dr=r_1dv_1+\cdots+r_ndv_n>0 \quad (r_i=\partial r/\partial v_i)\cdots$(24)

であって，$dr=0$ のとき総収入が極大である．別の表現をもってすれば $dr=a'b$．但し a と b は $a=[r_1\cdots r_n]$，$b=[dv_1\cdots dv_n]$ なる列ベクトルである．従って簡単なベクトルの内積の議論から出発点で $a'b>0$ の場合，すなわちベクトル a と b が鋭角をなしている場合企業は出発点とは別な要素点を選択する．そして結局企業が利潤極大の要素点を $a'b=0$ なるところ，すなわちベクトル a と b が直交するところで決定するのである．このようにして要素点が《substitumal》上の何処に決定されるかの調整過程が明白となった．

Ⅲ

我々は本書の特色として次の3点をあげることができる．

1.　企業の behaviour が maximizing principle に従がうと仮定している．
2.　静学体系における均衡点の軌跡である《substitumal》概念の導入によって生産と費用の接合が行なわれることを示した．
3.　5部では Vintage 理論の最も簡単なモデルが扱われている．

Iで述べたように本書が1926年に完成していたということは本書の価値を十分大ならしめるものであるが生産理論の最近の動向に照らすと十分な議論のつくされていない論点も残されている(8)．例えば

1.　投入一産出分析．2.　C. E. S. 生産関数．3.　生産関数の計測，4.　屈折需要曲線，等に関する議論が全く行なわれていないからである．但し本書が現在問題になっている理論にどう関連づけうるかという点に関してはフリッシュの理論を発展させて答えることができる．たとえば C. E. S. 関数との結びつきについては《marginal elasticity》を分配率に関連づけることにより可能であろう．またフリッシュの理論を L. P. に適用することは S. Danø によって立入って議論されている．

フリッシュの多くの論文及び書物の共通の特徴として独自の難解な術語が多用されている．その結果読者はフリッシュの使用している用語を通常用いられている用語に翻訳する作業を強いられる結果になる．このことは本書を注意深く読ませるという点で効用があるかもしれないが，教科書として利用する場合の重要な難点であるとも言える．しかしそれ

(8)　J. C. G. Boots は Book Review で(1)～(3)をあげている．Econometrica, Jan. 1967.

にも拘らず本書は巨匠の手に成る生産理論に関する最も注目すべき著作と考えられるべきものであり，又多くの秀れた古典がそうであるように未知の領域へのヒントが随所に与えられている．生産理論を発展させるためこの分野に関心を持つ人々の必読の書物と言うべきであろう．