Duopoly に關する學說の研究（二）

久武雅夫

目次

七 Moore の批評

H. L. Moore は、經濟學上の重要なる爭論が多くは術語の不明確に發することを述べ、その一例としてこの競爭の問題を取つてゐる。以下必要な範圍においてその論旨を摘出する。（註一九）

註一九。Q. J. E. Feb, 1906. pp. 211—219

競爭とは、少くとも次の如き暗默の假定を或は完全に或は不完全に含む所の術語である。

1. 全ての經濟因子が最大純益を追求する。之は最も重要な意味である。
2. 同一市場における同一品質の商品については唯一つの價格があるのみである。之は Jevons の所謂無差別の法則である。
3. 何れの生産者の生産量も、生産物の單價に對して殆ど影響を及ぼさない。
4. 何れの生産者の供給額も、全體の生産額に對

して極めて小である。

5. 各生産者は彼の供給額を競爭者に對する影響を顧慮しないで決定する。

(3)と(4)とが兩方とを存在するときは(5)は單にその系に過ぎないが、然らざるときは夫は獨立なそして許されない假定である。この事は注意を要する。何となれば次に述べる議論は主としてこの事に基いてゐるから。完全なる獨占と完全なる競爭との中間狀態においては、(3)と(4)の假定は決して眞でなく時としては(2)の假定も眞でない。次に述べる paradoxes もこの五の假定は全部包含するか一部を包含するかによつて、競爭の意味を變更する所にその因を發してゐる。

Cournot は彼の Recherches の第七章において理論的に興味深い命題を演繹してゐる。その命題は次のやうな問題の解として與へられてゐる。生産費を要しない鑛泉を各々所有する二人の生産者が競爭する場合に、價格は獨占の下における如何に相違するか。そして平衡の狀態は如何。彼の答は

1. 價格は獨占價格より低く、完全なる競爭におけるよりも高い。
2. 鑛泉の供給量は完全なる獨占の下における供給量より大である。
3. 安定なる平衡が成立する。

然るに數學者Bertrand は上のCournotの答を數學的誤謬によるものと證明せんとした。彼自身の解決は

1. 價格の下落に限界がない。
2. 供給量は、若し鑛泉の生産力が充分であるならば飽滿量に達する。
3. 平衡は不可能である。

このあらゆる點において、Cournot と正反對な Bertrand の結論は、競爭の意味を變へることによつて得られる paradoxical な結果を例示する。前者の假定は(1)と(2)と(5)であり、後者のは(1)と(2)と(3)(4)の反對とである。Cournot の誤謬は數學的なものではない。彼の結論は正確に彼の假定から生ずる。この

二つの反對なる結論を決裁するためには、各の假定の何れが實在に當てはまるかといふ標準しかない。この見地から考へるとき Bertrand の方が眞理に近いことは疑ふ餘地がない。

Moore は次に生產費を要する場合について、Cournot と Edgeworth の理論を比較してゐるが、之は既に述べた所であるから之を省略する。

彼の論旨は要するに、完全なる自由競爭においてのみ成立つ(5)の假定を、Cournot が不完全なる競爭の問題に用ひたのが不當であるといふのである。けれども彼の擧げた(5)の假定と Cournot の假定と同一のものであるかは疑はしい。(5) の假定は彼によれば(3)と(4)の系として與へられるものである。卽ち相手に對する影響を顧慮しないで自分の供給量を決定し得るのは、夫が全體の供給量に、從つて商品の價格に著しい影響を及ばさないからである。然るに、相手の供給を一定と見て自分の供給を動かすといふ Cournot の假定は、自分の供給量の變化が全體の供給量及び商品のみでなく、相手の供給量に對しても影響を及ぼすことを否定しないのである。Fisher についても述べたやうに、Cournot が相手の供給量を一定と見て自分の供給を動かすと云つた意味は、兩者の供給量の變化が獨立であるといふことである。この二の量は直接に函數關係によつて結び付けることこそ出來ないが、之が互に影響し合つて平衡點に近づくといふことは、彼が(3)の聯立方程式によつて解が與へられると說明してゐる點からも明らかである。この點についての說明は後に讓るが Moore の(5)の假定と Cournot の用ひた假定とは全然異なるものであるから、自由競爭においてのみ成立つ假定をその外の場合に用ひたといふ彼の非難は根據のないものと斷言しなければならぬ。

八 Pareto の批評

Pareto の理論は duopoly に關する夫の殆ど決定的なものとして一般に認められてゐる。Manuel

に記述せられた彼の獨占理論は Cournot に向けられた直接の批評ではなく、もつと一般的な見地に立つて獨立なる假定の下に構成せられたものである。しかしその結論はやはり Cournot の夫を否定するものである。この外にやはり Pareto の批評として、之と稍異なるものが紹介せられてゐる。最初に前者を記述する。

彼は經濟現象の體系を三の型に分ち、人が市場の價格を與へられたものとして受取る場合を第一型、自分の利益又は何等かの目的の爲に之を修正しやうと試みる場合を第二型、經濟現象の全體を之に參與する全ての人の利益を最大ならしむるやうに按配しやうとする場合を第三型と名附けた。第一型は自由競爭の場合、第二型は獨占の場合、第三型は社會主義的國家の如き場合である。而して Cournot が獨占から自由競爭を演繹したとは反對に、彼は先づ自由競爭を論じその制限された狀態として獨占を論じてゐる。(註二〇)

註二〇。Pareto, Manuel d'economie politique pp. 591—597

Cournot と Pareto の比較については中山伊知郎氏「三の著述を通じて見たるクールノーの經濟學說」商大五十年紀念論文集 p. 470 參照。

さて吾人の問題とする duopoly は、生產の問題であつて交換の問題ではない。しかし Pareto も云つてゐるやうに (Manuel, p. 617) 第二型における一般生產の平衡の問題は、一般交換の平衡の問題と全く同樣に解き得るのであるから、こゝには簡單のために交換の問題として取扱ふ。先づ第一型における平衡を論ずる。

今市場に θ 人の交換者と m 個の商品とが存在すると考へ、各交換者を 1, 2, ……θ で表はし、その商品の種類を X, Y, Z, ……で表はす。X の量を x で示し、(1) が交換前に所有してゐた X の量を $x_{1.0}$ 交換後現に所有する量を x_1、(1) の x に對する利用度を φ_{1x} (彼は之を利用度の指數として利用の觀念から離れて定義してゐる) X において表はされた Y の

價格を py とし、以下之に準じて定義すれば、平衡の條件として次の三組の聯立方程式を得る。こゝに X は貨幣である。

$$
(11)\begin{cases}
(\mathrm{A})\begin{cases}
\varphi_1 x = \dfrac{1}{py}\varphi_1 y = \dfrac{1}{pz}\varphi_1 z = \cdots\cdots \\
\varphi_2 x = \dfrac{1}{py}\varphi_2 y = \dfrac{1}{pz}\varphi_2 z = \cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{cases} \\
(\mathrm{B})\begin{cases}
x_1 - x_{1,0} + py(y_1 - y_{1,0}) + pz(z_1 - z_{1,0}) + \cdots\cdots = 0 \\
x_2 - x_{2,0} + py(y_2 - y_{2,0}) + pz(z_2 - z_{2,0}) + \cdots\cdots = 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots \\
x_{\theta-1} - x_{\theta-1,0} + py(y_{\theta-1} - y_{\theta-1,0}) + pz(z_{\theta-1} - z_{\theta-1,0}) \cdots\cdots = 0
\end{cases} \\
(\mathrm{C})\begin{cases}
x_1 - x_{1,0} + x_2 - x_{2,0} + \cdots\cdots = 0 \\
y_1 - y_{1,0} + y_2 - y_{2,0} + \cdots\cdots = 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{cases}
\end{cases}
$$

(A) の關係は、平衡において限界利用が價格に比例するといふ所謂限界利用平準の法則であり、(B) の式は、各人の賣つた商品の總價格と買つた商品の總價格の差額が貨幣上の差損益に等しいといふ事實を示し、(C) の式は市場における各商品量の賣られた總和と買はれた總和とが相等しいことを示す。(B) において θ に對する式を除いたのは、夫は (B) の殘りの式と (C) の式とから導き出されるからである。

聯立方程式 (11) において未知數の數は、價格が (m-1)、$x_1, x_2, \cdots\cdots y_1, y_2 \cdots\cdots$, ……が $m\theta$. 合計 $m\theta+m-1$ である。之に對して方程式の數は、(A) が $(m-1)\theta$. (B) が $(\theta-1)$. (C) が m. 合計 $m\theta+m-1$ である。方程式の數と未知數の數とが一致するからこの問題は理論的に解決せられる。卽ち第一型においては平衡が成立する。

次に第二型に移つて、市場の一人例へば (1) がある商品例へば Y を獨占し之を勝手な値に賣ることによつて最大貨幣量を獲得しやうとする場合を考へる。この時 (A) の中から $\varphi_1 y$ に關する式が缺ける。故に未知數の一を獨立變數として選ぶ時には、他の全ての未知數はこの變數の函數として表はされる。この變數に py を取れば次の關係が成立する。

$$(12)\quad y_{1,0} - y_1 = F(py)$$

今(1)の極大ならしめやうとする量は

$$(y_{1,0}-y_1)py = pyF(py)$$

であるから、吾人は次の式によつて py を決定し得る。

$$(13)\quad \frac{d\{pyF(py)\}}{d\,py}=0$$

從つてこの場合にも平衡が成立する。

次に論ずべき問題は、市場の二人(1)(2)がYを獨占する場合にもかくの如き平衡が成立つか否かといふ問題である。この場合には(A)において二の方程式が缺ける。故にこの場合は二の變數を取らねばならぬ。之を假に py, y_2 とすれば他の全ての未知數はこの二個の變數の函數として表現される。今

$$(14)\quad S_1=(y_{1,0}-y_1)py \qquad S_2=(y_{2,0}-y_2)py$$

とおけば、次の如き關係を得る。(註二一)

$$(15)\quad G(S_1,\ S_2,\ py)=0$$

註二一。式(15)は $y_1=\psi(py,\ y_2)$ と置いて、之に(14)から得る y_1, y_2 を代入することによつて導き出される。尙記號の Pareto と異なるものがあるのは本論文の全篇を通じて記號を統一せんが爲めである。

(1)(2)は各その賣上金額を最大ならしめやうとするであらう。之は S_1 と S_2 を極大ならしめることである。今 S_2 に任意の値を附するときに、S_1 の極大の條件は(註二二)

$$(16)\quad \frac{\partial G}{\partial py}=0$$

註二二。之は $\frac{dS_1}{dpy}=-\frac{\partial G}{\partial py}\Big/\frac{\partial G}{\partial S_1}=0$ から得られる。故に(16)の條件は $\frac{\partial G}{\partial S_1}\neq 0$ といふ假定の下に引き出されてゐる。

今 py を(15)(16)から消去すれば

$$(17)\quad g(S_1,\ S_2)=0$$

若し反對に S_1 を任意に定めて S_2 の極大の條件を求めても、我々はやはり(16)の式を得、從つて(17)の式を與へられるであらう。だから(17)の式は S_2 の任意の値に對して S_1 の極大を與へると共に、その逆の關係をも與へる。(註二三)

註二三。この逆の場合においては、前註と同じ理由によ

つて $\frac{\partial G}{\partial S_2}\neq 0$ が假定されてゐる。從つて式（17）が双方の關係を與へるといふときには、$\frac{\partial G}{\partial S_1}\neq 0$ と $\frac{\partial G}{\partial S_2}\neq 0$ とを同時に假定してゐる譯である。

吾々は前に、S_2 を任意にとつて py を變へるときに、S_1 の極大を決すべき（17）の式に到達した。今 S_2 を變らせて S_1 の極大を求むれば（註二四）

$$(18)\quad \frac{\partial g}{\partial S_2}=0$$

註二四。この場合には $\frac{\partial g}{\partial S_1}\neq 0$ が假定されてゐる。又次の場合にも同樣に $\frac{\partial g}{\partial S_2}\neq 0$ が假定されてゐる。

逆の場合において、S_1 が變るときに S_2 の極大を決定せんとすれば

$$(19)\quad \frac{\partial g}{\partial S_1}=0$$

S_1, S_2 を決定すれば py と y_2 が決定し從つて平衡成立の條件が充たされるのであるが、S_1, S_2 を決定するために吾々は（17）（18）（19）の三方程式を得た。一般に二個の未知數に對し三個の方程式を與へられるとき解は不能である。從つてこの結果に導いた所の假定は成立しない。即ち二人の人間が二人共第二型に從つて行動することはあり得ない。（註二五）

註二五。Pareto は S_1, S_2 の極大の存在しないことを未知數と方程式との數の比較によつて證明してゐるが、この事は次の如くしても證明される。即ち前註に述べたやうに、（18）は（19）の否定を條件とし（19）は（18）の否定を假定してゐるのであるからこの二の關係が兩立しないことは自明の理である。

Pareto の議論はその見地の一般的なこととその嚴密さにおいて、Cournot に對して重大なる打擊を與へたやうに見える。果してそうであらうか。私はこの議論に二の缺點を見出し得るやうに思ふ。

その一は數學上の問題である。今吾々は次の如くして（18）と（19）とが同一式であることを證明することが出來る。今問題となつてゐる場合において（12）の式は次の如く表はされる。

$$Y_{1,0}-Y_1+Y_{2,0}-Y_2=F\ (py)$$

之は需要の法則を表はす式であるから、この關係は

獨占者の數によつて左右されることはない。この式と(14)とから

$$py = \frac{S_1+S_2}{y_{1\cdot0}-y_1+y_{2\cdot0}-y_2} = \frac{S_1+S_2}{F(py)}$$

(20)　$\therefore\ S_1+S_2=py\,F(py)$

(20)によつて式(15)を書き改むれば

$$G(S_1+S_2,\ py)=0$$

從つて(17)も亦

(21)　$g(S_1+S_2)=0$

と書き改められる。式(21)の左邊は S_1, S_2 何れに對して偏微分するも同一の結果を與へる。從つて(18)と(19)は實は同一の式である。

之を說明すれば、(18)は(19)の式の否定を條件として引き出されたに拘らず、夫は(19)と同一式である。故に(18)(19)の式は共に無意味である。そこで一應 Pareto の立論の根據が疑はれる。しかし一般に(21)從つて(17)の如き式においては、S_1, S_2 一方の最大は他方の最小と相伴ふものであるから、もし式(17)が正しいものとすれば、彼の結論を覆すことは出來ない。

そこで第二の問題は、この(17)の式が正當な根據の上に立つてゐるかどうかといふことである。この關係は、任意に取られた相手の收益に對して、價格を動かして自分の收益を大ならしめるといふ假定から引き出されてゐる。Cournot の非難される點は相手の供給を一定と見て行動するといふ假定にあることは、しばしば繰返した所であるが、假りに之を誤りと見れば Pareto のこの假定は夫以上に不合理である。又前者を是認する理由を以てしても後者を肯定することは出來ない。今 $S_1=pD_1$, $S_2=pD_2$ と置けば、p と D_2 とは D_1 が決定しない限り完全に獨立であるが、p と pD_2 との變化は D_1 が決定しない場合に不完全に獨立であると考へる事が出來る。而して今極大を求めやうとする量は S_1 即ち pD_1 であつて、D_1 は p と共に之から求めやうとする條件によつて始めて定まるのであるから、假定と

しては p と S_2 との變化は完全に獨立でなく、從つて相手の收益を一定と見て價格を動かすといふ事は不可能な假定である。Cournot の場合においては、D_1 と D_2 とは p が決定しない限り獨立である。而して p は問題において求められてゐる數であるから、D_2 を一定と見て D_1 を動かすことは夫自體に不可能ではなく、他の外的な原因によつて妨害せられるのみである。云ひ換れば、兩者の供給量は互に獨立であるが、相手の收入と價格とは(勿論從屬關係は存しないが)、兩者の行動を通じてのみ影響し合ふものではない。卽ち價格が減ずれば、夫丈で相手の收入は增減するかも知れない。故に之を無關係と考へた Pareto の假定は正しいとは思はれない。

以上二の點から、私は Pareto の結論に疑念を挾む者である。

尙の Pareto 說として Zawadzki 及び中山氏によつて上と稍異なる說が紹介されてゐる。(註二六)兩氏ともその引照として上の議論の記述せられてゐる Manuel の頁を引いて居られるけれども、この二の議論の間には根本的な相違があるから、次に述べんとする說が Pareto の說であるならば、夫は他の論文(或は Di un errore か? 註一二參照)に記載せられたものであらう。何れにしてもこの兩說の間には幾分の共通點もあり、又たとへ後說が Pareto の說でないとしても、夫は Cournot 說の訂正として提出せられるプロバビリテイーのあるものであるから、次に比較的正確であると思はれる中山氏の紹介によつて記述する。

註二六。 W. L. Zawadzki : Les mathematiques appliquées a l'economie politique pp. 68—75
中山伊知郞氏。旣揭論文。紀念論文集。pp. 425—426

Cournot の誤謬は、生產者が各々獨立に收入を大ならしめ他人の供給量に關係なしと見たる點に存する。かく見る時は D_1, D_2 共に獨立變數として取扱はねばならぬ。そこで最大ならしむべき二の收入 $D_1 f(D_1+D_2)$, $D_2.f(D_1+D_2)$ は D_1, D_2 の各々

について微分せられねばならぬ。かくて次の四式を得る。

(22)
$$\frac{\partial}{\partial D_1}\left[D_1 f(D_1+D_2)\right]=f(D_1+D_2)+D_1\frac{\partial}{\partial D_1}\left[f(D_1+D_2)\right]=0 \cdots\cdots\cdots(a)$$
$$\frac{\partial}{\partial D_2}\left[D_1 f(D_1+D_2)\right]=D_1\frac{\partial}{\partial D_2}\left[f(D_1+D_2)\right]=0 \cdots\cdots\cdots(b)$$
$$\frac{\partial}{\partial D_1}\left[D_2 f(D_1+D_2)\right]=D_2\frac{\partial}{\partial D_1}\left[f(D_1+D_2)\right]=0 \cdots\cdots\cdots(c)$$
$$\frac{\partial}{\partial D_2}\left[D_2 f(D_1+D_2)\right]=f(D_1+D_2)+D_2\frac{\partial}{\partial D_1}\left[f(D_1+D_2)\right]=0 \cdots\cdots\cdots(d)$$

之が成立つためには結局次の三式が成立たねばならぬ。

(23)
$$f(D_1+D_2)=0 \qquad (a)$$
$$\frac{\partial}{\partial D_1}\left[f(D_1+D_2)\right]=0 \qquad (b)$$
$$\frac{\partial}{\partial D_2}\left[f(D_1+D_2)\right]=0 \qquad (c)$$

然るにこれは二個の變數について三個の式となる故に不可能である。(註二七)

註二七。Zawadzki は $f(D_1, D_2)$ と記してゐるが之は需要の法則を表はす函數であるから當然中山氏の如く $f(D_1+D_2)$ と記すべきである。

さて Pareto の上の證明には數學上の疑點が見出される。何となれば (23) における (b) と (c) とは實は同一式であるから、二個の未知數に對し二個の式が與へられることとなる故である。しかしこの場合、(a) の式は$p=0$ であることを示してゐるから、價格が0であるときに兩者の收入の極大が成立つ譯はない。從つて結論においてはやはり、兩者の收入を極大ならしめる點が存在しないといふことになる。

上の議論と Cournot の夫と異なる點は、後者にあつては平衡の條件を、甲の收益はD_1に對し、乙の收益はD_2に對してのみ微分することによつて求められてゐるに對し、前者にあつては二人の收入を何れ

もD_1及びD_2に對して微分してゐることである。中山氏の紹介によれば、Pareto はこの理由を、生産者は各獨立に收入を大ならしめるのでなく他人の供給量にも關係して考慮するからであると說明してゐる。之には大體三通りの解釋が出來る。

(1) Zawadzki は之を次のやうに考へてゐる。甲及び乙は單に自分の供給のみでなく相手の供給をも支配することが出來る。だから甲は先づ乙の與へられた供給に對して自分の D_1 を最も有利なやうに定め、更に乙のあらゆる可能な D_2 の中で自分に最も都合のよいものを選ばうとするのであると。(註二六參照 p. 73) 然し甲は如何にして、乙の意志に干涉することなく乙をして自分の欲する供給量を選ばしめ得るであらうか。夫は唯、その値が乙にとつて最も最有利であり乙が喜んで選ぶ所であるやうに自分の供給を定める事によつてのみ可能である。然るに自分の供給は、相手の供給に對して最も自分に有利であるやうに選ばれなければならぬ。この二の條件は(22) の (a) と (d) の二式で表はされ、之を滿足する D_1, D_2 の値は一般に唯一組しか與へられない。卽ち相手の供給を支配することと自分の供給を定むることとは獨立ではあり得ない。Zawadzki が之を獨立であるかのやうに說明して式 (22) を肯定しやうとしたのは明に誤つてゐる。因にこの (a) と (d) の二式は Cournot の式に外ならぬ。

(2) 各人は自分の供給を決定するに當り、單に自分の利益のみでなく他人の利益をも最大ならしめることを求めるといふ意味にも考へられる。若しかゝる意味の平衡點が存在すれば、夫は誰しも冀ふ所であり、又全ての生產者に最大利益を與へるものであることは云ふ迄もない。しかしかゝる點が存在しないからといつて、平衡は不可能であると斷ずる事の不當なことも論を俟たない。

(3) 最後に、常識的に考へて甲の供給量と乙の夫との間に一定の關係があつて、一の量の變化は直ちに他の量の變化を意味するが故に、極大を求める

* $f(D)+D_2f'(D)=0$ を行列式として
$D_1f(D)$ をそれ大に付ける
$D_1f'(D)$ ~~+ f(D)~~ $f(D)+D_1f'(D)\left(1+\frac{dD_2}{dD_1}\right)=0$
∴代入

にはこの兩方の變化について決定しなければならぬと考へる人もあるかもしれない。かく考へるときは D_1, D_2 は獨立ではなく從屬であるから、上の理論の說明としては無意味である。しかしもしかゝる關係が D_1, D_2 の間に存在するならば、この意味において兩者の變化を考慮することは、Cournot に對する修正として成立ち得るから、しばらく Parto の理論から離れてこの見方から問題を取扱つて見やうと思ふ。

この場合直ちに考へ附くことは、甲が收入の極大を求めるに際し D_1, D_2 の關係は方程式 (3) の(b)によつて與へられ、反對に乙がその利益を最大ならしめやうとするに際しては D_1 と D_2 の關係として (a) を考へなければならぬのではないかといふことである。現に Edgeworth は補充的商品の獨占を論ずる章 (Papers, vol. 1, P, 123) においては之と同一のことを肯定してゐる。

果して然りとすれば、甲の收益の極大は次の式によつて決定せられる。

$$\begin{cases} f(D)+D_1f'(D)\left\{1-\dfrac{f'+D_2f''}{2f'+D_2f''}\right\}=0 \\ f(D)+D_2f'(D)=0 \end{cases}$$

同樣に乙の收益の極大は次の式によつて決定せられる。

$$\begin{cases} f(D)+D_2f'(D)\left\{1-\dfrac{f'+D_1f''}{2f'+D_1f''}\right\}=0 \\ f(D)+D_1f'(D)=0 \end{cases}$$

之を簡約すれば

*

$$(24)\begin{cases} (2f'+D_2f'')f(D)+D_1\{f'(D)\}^2=0 \cdots\cdots(a) \\ f(D)+D_2f'(D)=0 \cdots\cdots(b) \end{cases}$$

$$(25)\begin{cases} (2f'+D_1f'')f(D)+D_2\{f'(D)\}^2=0 \cdots(c) \\ f(D)+D_1f'(D)=0 \cdots\cdots(d) \end{cases}$$

之は二個の未知數に對して四個の方程式を立てることになるから解は不能である。故にもし上の假定が正しいとすれば、やはり平衡は成立しないこととなる。

今この假定が正しいか否かを考へるため (24) と

(25) が何故に兩立しないかを考へて見やう。(24) の (a) 式は (b) の關係を先行的に假定して之を基礎として作られた關係である。然るに (25) の (c) 式は (d) の關係を先行的に假定して作られた式である。(b) と (d) とが異なる關係であることは明であるから、(25) と (24) は本來兩立しない假定の上に立つてゐるのである。故に之が兩立しないのは當然であつて、之を兩立せしむべき條件が充たされないの故を以て平衡の不成立を論結するのは背理である。(註二八)

註二八。然るに Edgeworth はこの解が存在しないといふ理由によつて、補充的商品の場合に平衡が不定であることを論じてゐる。

今 (24) 及 (25) の式の中から有效に成立する式のみを選び出さうとするならば、(b) と (d) とを兩方とも a posteriori な關係と考へて (a) と (c) とを共に廢棄するか、或は (b) 又は (d) の一方丈を a priori な關係と考へ從つて (24) 又は (25) の一方丈を採用するかである。前者は卽ち Cournot の解であり、後者も亦ある特殊な場合の説明として成立する。

後者が妥當するやうな場合は稀であるが、たとへば競爭者に力量又は態度に相違があり、乙は甲に對して寛大であつて甲の定めた供給なり價格なりに應じて自分の供給を適當に定めることに滿足し、之に對して甲は遠大なる思慮を以て相手の寛大さを利用し、自分に最も好都合の點にまで相手を誘ふやうな場合が之に相當する。この場合は (24) によつて説明せられる。

第四圖において $m_1 n_1$, $m_2 n_2$ の曲線は第一圖と同樣に定義せられる。今この平面上に二の相重なる丘を考へ、この丘の高さによつて甲乙夫々の收益を表はすときは、甲の收益の丘は n_1 を頂點として三方に下り、乙の丘は m_2 を頂點として三方に下るであらう。之等の丘の等高線は夫々甲乙各々にとつて同じ利益を意味する點を連ねたものである。假り

に之を等利線と呼べば、m_1 n_1 は甲の等利線と x 軸に平行せる直線群との切點を連ねたものであり、m_2 n_2 は乙の等利線と y 軸に平行する直線群との切點を連ねたものである。m_1 n_1 及び m_2 n_2 を夫々甲

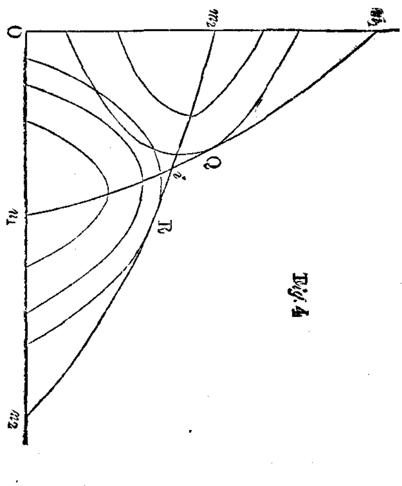


Fig. 4

及び乙の最大利益線と假りに命名する。Cournot の解はこの二の最大利益線の交點 i に平衡が成立つといふことである。(24) 及び (25) においては、相手の最大利益線を確定せる關係と見てその上において自分に最も有利な點を選ぶといふことと同一であるから、(24) の解は圖の R で示され (25) の解は同じく Q で示される。R は甲の等利線と乙の最大利益線との切點であり、Q も同様に定義せられる。

九、結　論

以上論ずる所によつて、Cournot に下された諸家の非難の根據を吟味し、そこに見出される缺點を大體明にした心算である。こゝに吾々は之等の非難に共通な根本的な問題を詳論する機會に到達した。

Marshall を除く他の全ての批評家の信ずる所によれば、Cournot は相手の供給を一定と見て自分の供給を動かし得ることを假定してゐる。然るに、自分の供給を動かして夫に最も有利な値を採用するまで、相手がその供給を動かさないでゐることは不可能である。この假定は、競爭者各自が經驗によらないで何が自分に最も有利な數値であるかを知り、且瞬間的にこの値を採用し得る場合にしか成立たない

ものである。

吾人は、Cournot が不幸にしてこの非難に相當するやうな說明の仕方を、特に第一圖に紹介した圖解において採つたことを承認しなければならぬ。例へば圖において、乙が Oy_1 の値を成つたときに之に對して甲が直ちに Ox_1 の値から Ox_2 の値に移り得るかのやうに說明し、之等の次第に振幅を減ずる變動の繰返しによつて平衡が實現されると說明してゐる。又之に先立つ文章による說明において次のやうに述べてゐる。

「甲は D_2 の決定に何等直接に參加し得ない。彼の爲し得る限りのことは、D_2 が乙によつて決定せられた後に D_1 に最も適當なる値を選擇することである。之は自分の價格を適當に調節することによつて遂行し得る。但し乙がこの價格及び D_1 に對して、一層よくその利益に適合する新なる値を D_2 に採用する場合は別である。」

この說明においても、甲が最も有利な價格と供給とを選び得た後に、その値に對して乙が新に行動を開始するかのやうに考へられてゐる。

吾々は之等の點について Cournot が後世の學者の非難を免れ得ないことを否定することは出來ない。それにも拘らず、こゝに Cournot の解が正しいことを主張するのは、上の說明が彼の解析的な解決を正當に說明するものでないことを信ずるからである。

彼の解析的な解は方程式 (3) の解として與へられる。

$$(3)\quad\begin{cases} f(D_1+D_2)+D_1f'(D_1+D_2)=0\ \cdots\cdots(a) \\ f(D_1+D_2)+D_2f'(D_1+D_2)=0\ \cdots\cdots(b) \end{cases}$$

而して彼の說明を解釋すれば、(a) の式は任意の D_2 の値に對して D_1 の値を理論的に決定すると共に、之等の D_2 及び D_1 の値の對應は實在的にも與へられるものである。同樣に (b) 式の與へる D_1 及び D_2 の對應は實在的に成立つものである。しかしこの說明は明に誤つてゐる。何となれば、(a) 及び (b) は二の異なる關係であつて、之が實在的に同時

に成立つといふことは矛盾であるから。彼はこの二の關係が交互に出現するかのやうに說明したためこの矛盾は巧みに糊塗されたが之が彼の理論の眞髓までが誤解を受ける原因となつたのである。（註二九）

註二九。彼を非難した Edgeworth 自らも彼と同じ誤りを犯してゐることは前註に記した所である。

(a) 及び (b) が同時に成立つべき點は問題の解以外には存しない。夫以外の點においてはたゞ可能的關係としてのみ考へられる。相手の供給のある値に對して、自分の供給にある値を選ぶことは、一般にはたゞ相手がその供給を動かさない場合にのみ可能である。この條件を、ある點において二の可能的關係が相互に補充する場合に、始めてこの二の關係が同時に實現せられる。

こゝに可能的關係及び實在的關係と呼んだ所のものは、前節において a posteriori 及び a priori な關係と呼んだ所のものと同一である。前者は目的に關係し後者は事實に關係すると云ひ得るかも知れない。Pareto の揭げた第一型の一般方程式の內で、(A) は平衡の實現する時にのみ成立つ關係であるが、(B) と (C) とは平衡の成立と否とに拘らず常に存在する關係である。この事實は彼自身も讀者の注意を要求してゐる。(Manuel. P. 592) 上の稱呼に從へば (B) と (C) とは實在的關係であり (A) は可能的關係である。(3) の (a) と (b) がこの (A) と同じ種類の關係であることは疑ひを容れない。

Cournot に對して加へられた非難に對しては單に彼の二式が可能的關係に屬することを明にすればよい。可能的關係のみで平衡の條件を定める最も好い例は、Jevons の交換方程式である。之については他日論じて見たいと思ふ。而して若し平衡點以外の點からこの點に到る裁定の經路の說明を求められるならば、夫は次の如く說明し得られるであらう。第五圖において甲乙の最初の地位が P 點にあるとき、甲は若し乙が P 點の附近に在るときはその P 點から PL に平行に引いた直線上において PL の方向に向

つて進まうとするであらう。同時に乙は甲が P 點

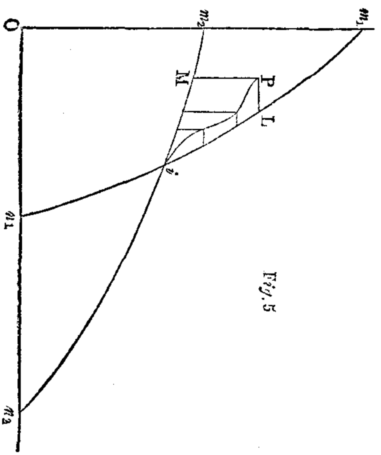


Fig. 5

の附近に在る時はその點から P M に平行に引いた直線の上で P M と同じ方向に進まうとするであらう。故に P の極く附近を取れば、P は P M と P, L とに狹まれた方向に向つて進まうとするであらう。この方向は P の動くに從つて變ることは勿論である。又この方向はその瞬間の兩者の態度によつて色々であり得るから、この變動を P の位置の函數として表はすことも不可能である。故にこの P點の動きを追跡する時、その經路は必ずしも一定しない。しかし何れの經路も必ず i 點を通過し、之を通り過ぎるや否や P の方向は逆になつて遂に i に靜止する。この平衡への運動の過程において各競爭者の目標となるものはより大なる利益であつて、この運動の終止した點即ち平衡點が Cournot の解によつて與へられる所以は、「相手の供給を一定と見て行動」する故ではなく、競爭においては各自の行爲が獨立であるといふことによる。

競爭のある特殊な場合については、Cournot の法則が適用されない。その一は Edgeworth が說明してゐるやうに、利益の存する限りどこまでも價格を低下して互に相手の販路を奪ふ事を眼目とする場合である。之は競爭者各自が直接に最大利益を求めやうとしないで、相手を倒して市場を獨占することによつて遠き將來に利益を得ることを期するか、或は成行上止むを得ず之を行ふ場合に見られる。所謂 cut

-throat competition である。この場合には一般には自由競爭の場合と同じ價格に達するまで競爭が行はれ、たゞ極めて特殊な場合に價格が不定である事もあり得る。

第二に、比較的稀であると思はれるが、前節の終りに說明したやうに、競爭者の一方が寛大であるとか或は相手に對して追隨的である場合に相手が充分之を利用し得る餘裕のある場合には、(24)又は(25)の式がその平衡を與へる。

第三に、競爭が最も紳士的に行はれる場合には、競爭者の行爲の獨立性にある程度の制限が附せられる。例へば、双方とも相手の利益を妨害しないといふ了解の下に各自の利益を追求する場合には價格は如何に定まるか。之はむしろ獨占に近い場合であるが、完全な獨占と稍異なる所は、二人が合同して單一體となつた場合には、その總收益について極大を求め得るけれども、今の場合においては收益の歸着を異にするため利益は各自獨立に追求せられ、たゞ之に相手の利益を害しないといふ消極的な制限が附せられてゐるに止るといふ點である。

今第六圖において甲乙夫々の等利線を無數に描くとき、利益の限界內におけるこの平面上の全ての點はこの二群の曲線の交點と考へられる。二人の地位を表はす任意の點をPとすれば、Pに交はる二の

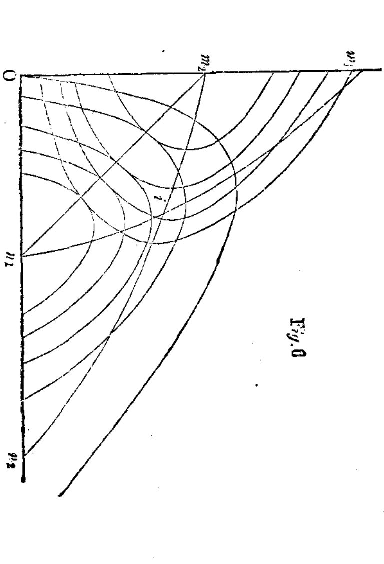


Fig. 6

等利線によつて狹まれた地域は、兩者にとつてPより大なる利益を與へる地點である。故に今の問題に

おいては P はこの地域内の何れかの方向に向つて進まうとするであらう。而して P が二の等利線の切點に達した時にはもはや兩者共に有利な方向は存しない。故に平衡が成立つとすれば、夫はこの切點を連ねた線上にある筈である。この線は Edgeworth の Contract curve と相似せるものである。さて他方から考へるときこの線は甲乙の收益の和を極大ならしむる點の軌跡である。故に兩者がこの線上にあるとき價格は單獨の獨占の場合と同一であるべき筈である。故にこの線は甲乙の供給高の和の一定なる點の軌跡、卽ち m_1 m_2 を連ねる直線である。

かくの如く、競爭者が上の如き紳士的了解に達したとき、價格は獨占の場合と同一である。しかしかくの如き了解のみでは兩者の供給量の和が決定される丈であつて、平衡が成立つためには尙各自の間に供給額を按分する何等かの關係がなければならぬ。この關係が協定によつて定まるとすれば、上の場合は生產協定の場合における價格決定の原則を說明するものであらう。

Duopoly について上に擧げた種々な場合を兩者の了解の程度によつて列べるならば、第一の場合は最も了解の少ない場合であり、Cournot の場合がその次に位し、第二の場合が之に次ぎ、第三の場合は最も完全な了解に達した場合である。Cournot は競爭が價格を低下する理由を探つて、之を人間の暗愚に歸してゐるが（富の理論 P. 97）暗愚なる人間の行爲が抽象的理論の對象とならない事明らかである。（註三〇）この說明は云はゞ毛細管現象を說明するに地球引力の不完全を以てするやうなものである。故に競爭が價格を低下する理由を求むるならば、夫は當然競爭の本質に求めねばならぬ。上に述べた所において、競爭と獨占とを區別するものは行爲の獨立性の有無であつた。從つて競爭價格をして獨占價格より低からしめる理由も亦この點に求めなければならぬ。然し之から直ちに價格低下の程度は獨立性の程度に應ずると歸結することは許されない。何と

なればCournotの場合は第二の場合よりも了解の程度が少ないにも拘らず價格は必しも第二の場合よりも低くないからである。然し乍らこの一見上の矛盾は、前に列擧した種々なる場合を競爭の程度を示す區別と考へないで、競爭の種々なる型と考へることによつて救はれる。

註三〇。土方成美教授は「競爭價格と獨占價格」と題する論文（經濟學論集第二卷第二號）においてこの事を論じて居られる。

序に教授の論文に對する疑點を掲げる。上記論文二一四頁の初數行を引用すれば、

「加ふるに $D_1+D_2=D$ における D 即ち第四式における D と第三式（獨占の場合）における D とが値が等しいと考へるとき（而してクルノオは之を等しいと考へてゐるが）此二式は極めて背理なる事になる。何となれば供給量が同一であるのに價格が相違すると云ふ事を示す事になる。之に反して第四式（二人の競爭の場合）の D が第三式の D よりも大であると考へるときは、價格は必しも競爭の場合において獨占より低いと云ふ事を證明するを得ない。」

第一に獨占の場合と競爭の場合と供給量が等しいとクルノオが考へてゐるといふことが果して眞であれば夫は需要の法則を立論の基礎としてゐる彼の立場と矛盾するわけであるが、少くとも私の氣付いた範圍では之に類する立言は彼の著書に見當らなかつたし、嚴密なる論理家を以て鳴る彼がこの樣な議論を書いたとは信じ難い。

第二に上の矛盾によつてクルノオを責められる以上教授は需要の法則を肯定して居られることと思ふが、夫では次に、競爭の場合の供給がより大であるとしても價格は必しも低くないと主張せられる事と矛盾するわけである。

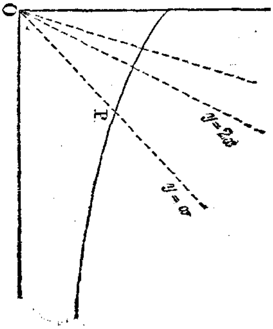
私の考へ違ひでないとすれば、教授の誤解といひ本論文第五節に擧げた Edgeworth の誤解といひ、權威ある學者の必ずしも無過失ならざるを示す一例であらうと思ふ。

この論文において企圖せられた目的は三重である。一はCournotの理論を夫が誤つた假定の上に立つてゐるといふ從來の誤解に對して辯護すること、二はその理論の妥當性を競爭の一の型に局限すること、三は、競爭においては一般に價格が不定であるといふ從來の定說は、競爭のある極めて特殊な場合を說明するに過ぎないといふことを示すことである。

一〇、補　論

Cournot が競爭は價格を低下するといふことを圖解に證明してゐることは第二節に紹介したが、之に少し補充を加へたいと思ふ。

彼の證明を繰返せば、價格を x とし需要を F(x) で表はし、競爭者の數を n 人とするときは、平衡價格は $y=-\frac{F(x)}{F'(x)}$ と $y=nx$ との交點の橫座標で表はされる。



而してもし全ての x の正にして實數なる値に對して函數 $y=-\frac{F(x)}{F'(x)}$ に正にして實數なる値を附與し得るものとすれば、交點の橫座標は第二圖に見るやうに n が大となるに從つて小さくなるであらう。又この結果に必要な上の條件は、需要の法則の性質そのものから常に實現されることも容易に證明される。

しかし、若し $x=0$ において $y=-\frac{F(x)}{F'(x)}=0$ であるときには上の結論は成立たないかもしれない。故にこのやうな場合はあり得ないといふことは別に說明を要することと思ふ。

Cournot に從へば、商品の消費はたとへ夫が全然無償であつても有限であるから（富の理論 P. 58）$x=0$ において F(x) は必ず有限である。故に上のやうな場合は $x=0$ において F(x) が有限であり F'(x) が無限大である場合にのみ成立つ。しかし F(x) を解析函數と考へれば、F(x) が有限である點においては F'(x) も必ず有限である。故にこの假定の下においては上の場合が存在しないことが證明される。

Cournot の證明によらないで次の如き方法で證明するときにはこのやうな迂回的說明を要しない。式

(1) を滿足する値を x_1 とすれば

$$(26)\quad F(x_1)+x_1\,F'(x_1)=o$$

今　$\Phi(x)=F(x)+m\,x\,F'(x)$ とおけば

$$\Phi(o)=F(o)>o$$

$$\Phi(x_1)=F(x_1)+m\,x_1\,F'(x_1)$$

(26) を代入して　$=(m-1)x_1\,F'(x_1)<o$

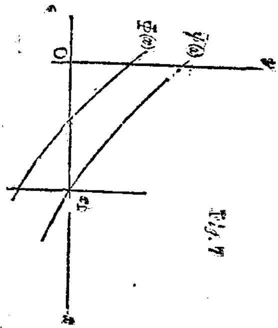


Fig. 7

(1) の左邊の表はす函數を $\varphi(x)$ とし、$\varphi(x)$ と $\Phi(x)$ とを圖に描くときは、第七圖の如く $x=o$ において $\Phi(x)<\varphi(x)$ であり $x=x_1$ において $\Phi(x)<o$ であるから曲線 $\Phi(x)$ が x軸を切る點卽ち $\Phi(x)=o$ を滿足する x の値は x_1 より小なることを知る。尙この證明には $\Phi(x)$ が連續であり一價函數であることを假定してるるが、之は需要の法則の性質から當然成立つ假定である。m が大なるに從つて $\Phi(x)=o$ を滿足する x の値が小となることも容易に證明せられる。

十一、參　考　書

主なる參考論文を大體時代を追ふて記列すれば。

A. A. Cournot. Recherches sur les principes mathematiques de la theorie des richesses 1838

中山伊知郎氏譯。富の理論の數學的原理に關する研究

A. Marshall. Principles of economics. 1. ed.

F. Y. Edgeworth. Pure theory of monopoly (Papers relating to political economy vol. I.)

I. Fisher. Cournot and mathematical economics (Quarterly Journal of Economics. Jan. 1895)

H. Moore. Paradoxes of competition (Quarterly Journal of Economics Feb. 1906)

V. Pareto, Cours d'economie politique vol. 1
Anwendung der Mathematik auf Nationalökonomie (Encyclopaedie der mathematischen Wissenschaften)

Manuel d'economie politique

J. Morét. L'emploie de mathematique en economie politique

W. Zawadzki Mathematique applique à l'economie politique

土方成美氏。獨占價格と競爭價格（經濟學論集第二卷第二號）

中山伊知郎氏。數理經濟學における二の傾向とその綜合の試み）商學研究第三卷第二號）

三の著述を通じて見たるオウギユスタン・クールノーの經濟學說（東京商大五十週年紀念論文集）

寄贈書

國民經濟雜誌	第四十五卷第一、二、三號	神戸高等商業研究所
經濟學論集	第七卷第一號	東京帝大經濟學會
財界研究	第五卷一、二、三號	野村證券株式會社調査部
調査彙報	第十二號	同上
明大商學論叢	第四卷第五號	明大學會
國債額明細表	（昭和三年七月末調）	大藏省理財局