

數理經濟學への一貢獻

A. L. Bowley : The Mathematical Groundwork of Economics. ¹ を讀む

主として十九世紀の後半期よりして所謂數理學派が其の數學に依つて理論經濟學上に貢獻したる過程並に結果を綜合的に知ることは、同學派に理解と期待とを有する者は固より、此の方法に反對の見解を持する人々に對しても亦必要なことであつた。ボウレイ教授の此の新著は斯かる必要を滿さんが爲に現はれたる恐らく最初の述作である。吾々は之に先立つ類似の著書としてフィッシャーのそれを擧げることが出来る。併し乍らフィッシャーが、其の書に於て目的とする所は其の書名の示すが如く數理經濟學説を研究する爲の數學的豫備智識を與へんとするにあつて、ボウレイの新著が經濟理論の數學的研究そのものを集成せんとするに比すれば聊か其の趣を異にする。此の意味に於て前者は寧ろボウレイ教授新著の附録若しくは其の舊著「純粹數學」に相當するものである。

數理學派の基礎を樹立した人々は各自が殆んど獨立の創造過程を歩んだものと云はれ得る。それ故に各が共通の方法に依り乍ら其の思索過程乃至表現は、最も單純なる場合を除いては屢々甚だ相異なる外觀を呈する。而し

て内容が必要とする以上に複雑なる外見の相違は進んで彼等の學説を見んとする者にとつて大なる不便を感じしめたことは云ふ迄もない。恊にポウレイ自ら序文に於て述べる如く、各學者が異なる假設より進み、又異なる記號を用ひて論を行ふが爲に、各をして其の所説を盡さしめる爲には勢ひ各原著に基き各原著者の論述に就いて之を見るの外はなかつた。このことは後に數理學派の内容を組織的に且つ歴史的に示さんと努めたる一二の著書に就いても證明し得る。即ち其等の諸書に於ても一般的基礎理論を除いて、數理經濟學の今日達したる最高の地位を説明する爲には尙各學者名の下に各別に其の所論を叩くことを餘儀なくされて居るのである。⁶ 數理學派に對する攻撃に就いて見るも、殆んど同一の非難が屢々繰返されて居ることは一部分斯かる事情に基くものであらう。茲に於て吾々は先づポウレイ教授に依る本書の誕生を喜ばねばならぬ。殊に斯かる試みは數學と經濟學との双方に通ずる人にして始めて成し得る處なるを考ふれば、吾々はそれが是等の資格に於て缺くる所なきポウレイ教授に依つて成就せられたることを更に喜びとする。

著者が主として参照したるはクルルノ、ジエヴォンス、パレート、エヂウオース、マーシアル、ピグー及びジョンソンの諸氏である。氏の企圖は「交換の基礎方程式並に課税の基本研究に關する限りに於て是等の人々に依つて用ひられたる數學的方法の主要部分を統一の附號の下に適當に關係づけられたる全體として示さんとする」⁷にある。次に其の内容を概観する。

氏は先づ單純なる二商品間の交換に筆を起して限界利用並に交換に於ける平衡を説明して直ちに需要供給曲線

に入る。次に第一章に於て得たる結果を數人數個の商品に擴張して複雑なる交換に及びし、完全なる競争並に獨占の下にある平衡の方程式を説明する。第三章に於ては第一章の需要論に相應じて供給曲線の性質を明にする爲に生産論を説明し更に第四章に於て生産の要素に及び、斯くして諸方程式間の相關性を明にして需要及び供給の一般方程式に到達する。(第五章)而して第六七章に於ては以上の組織に漏れたる特殊の場合を一般方程式の應用として集録する。獨占到關する諸の場合並に地代租稅は其の重なるものである。

本文僅に七十八頁の間に以上の組織を整へ、近時數學に依つて達成せられたる主なる結果を殆んど全部網羅したることは確に一驚に價する。而も其の組織は單なる集成の爲めの集成に非ず、必要に應じて實際用ひられて效果あるもののみを説きたるが如き著者の用意を多とせねばならぬ。氏は此の著が何等の獨創を要求するものに非ずと云ひ、又意を用ひたる一點は獨占と自由競争とが數學上の兩極を爲すことを中間たる不完全競争に依つて明にするにあるのみと述べて居る。併し乍ら斯かる内容を斯かる形式に盛ることはそれ自ら一の獨創であると云はれ得る。少くとも著者が最初に目的とせる所は確に到達せられたと云はねばならぬ。唯斯かる効果を收める爲には著者は屢々從來用ひ慣らされたる數學的敘述或は表現に、單なる符號の變更以上の改作を爲すことを餘儀なくされて居る。此の著を稱して一種の獨創なりとする理由の半ばも亦茲に在ると云つてもいい、既に此の書の目的とするところが數學理論の集成に在る以上直接に其の材料に就いて批評の筆を取ることとは其の處ではない。故に吾々の注意は自ら氏の取扱方、茲に所謂獨創的の方面に向はざるを得ない。

今斯くの如き立場より論ずるとき、吾々は本書に對して二三の希望を有せねばならぬ。夫等の希望の理由とする所を述べることは應て本書の地位を正當に理解することの一助ともなるであらう。

先づ茲に用ひられたる數學的方法は主として代數的分析である。それは三個以上の變數の相互關係を論究することを内容の主たる部分とする本書の如きに於ては止むを得ざる所に屬する。とは云へそれが説明の爲の圖形的表現に乏しきことは、用ひられたる數學の程度の低からざることに相まつて初學者の理解を甚だ困難ならしめる。固より本書は數學の素養の一般に高度なる英國に於て、而も特に數學的傾向を有する學者の爲に書かれたるものであり、従つて以上の困難は聊も其價値に影響を及ぼすものではない。併し乍らこのことは英國と事情を異にする國に於ては、其の親切なる數學附録を以てしても尙讀者に對して大なる障害である。數學附録は著者自ら云ふが如く用ひられたる數學の手引と云はんよりは寧ろ既に讀者の有する數學智識の記憶を新にせんが爲のものであるに過ぎない。否、私の見る所に依れば、そはポウレイ教授の特殊の記號の用ひ方乃至甚だ簡略なる叙述に對する説明或は例示である。それ故に少くとも一般の讀者が此の一書の方に依つて、又特に其の數學附録の故を以て、内容の全部に通じ得るものと考ふるは誤であらう。

特殊の記號として最も著しきは微係數である。氏は從來の用例 *dy/dx* に代へて $\frac{dy}{dx}$ なる記號を撰び其の理由として「前者は分數の意味を暗示して微分行程の結果たることを暗示せざるが故に茲に用ひたる形式を優れりとす」と述べて居る。エヂウ・ースは本書の批評に於て之と反對の意見を持ち、單に前者がより一般的なりとの

理由に依るも、斯かる變更には賛成し得ないと云ふ。¹⁰ 然し乍ら、これは單に技術上の問題に止まり、其の是否の決定は氏の云ふが如く數學者の見解にまたねばならぬ。¹¹ 何れにしてもそれは全體の意味に變化を與へる程の問題ではない。唯茲にはボウレイ教授が、諸の學者に依つて達成せられたる數理論を自己の組織の中に取り入れる態度を理解する爲の一資料として掲げたるにすぎない。

扱て次には内容たる理論の取扱ひ方であるが、此の點に就いて吾々は先づ斯かる種類の最初の著者としてのボウレイ教授の苦心を買はねばならぬ。著者はその材料をパレット、エヂウォース、マーシアル、ピグー及びジョンソン等、大體に於て現代の諸學者に採つて居る。簡單を旨とする斯かる著述に於て、著者が歴史的の敘述を捨て、現在數理經濟學者の共有財産となれるもののみに着目する用意は極めて正當であると思はれる。蓋し經濟學に於ける數學の利用は經濟學そのものゝ歴史と始を同じくするとは云へ、¹² それが經濟現象全體の相互從屬關係乃至一般的平衡狀態の説明として活用せられたるは近代のことに屬し、多くは歴史の結果を相續し發展せしめたる現代の諸學者の手に成るものなるが故である。唯是等の諸學者も其の承繼し影響せられたる學說を異にするに從つて同一の結果を異なる徑路に依つて到達せる場合が少くない。故に前述の如くボウレイ教授がそれ等を共通の分母に引き直すに當つて之に幾分の改作を試みたることは、此の意味に於て止むを得ざることである。例へばピグーの限界供給價格曲線、¹³ マーシアルの需要の弾力性を表はす方程式等¹⁴ これである。エヂウォースは本書の批評に於て其他一二の變更の例をあげて居るが斯かる異なる徑路よりする證明には賛成して居ない。¹⁵ 成る程形を換え

た取扱は時に目馴れざる觀を與へ、又時には徒に新奇を好むの非難を受けるであらう、けれども上述の如くそれが止むを得ざるに出づる以上は、これが爲に理論の價値を傷つけるものではない。若し經濟學に數學を利用することの利益として従來認められたるが如く、理論の道行乃至結論を述べる爲の別種の叙述方法を供することを數へ得べしとするならば、著者の新しき方法は更にこの利益を有するものと云つて差支へないであらう。

著者が主として現代の學者に依つたと云ふことは更に今一つの特徴を生ぜしめる。それは本書が *An introductory treatise* と稱し、數學的方法の基礎を論ずると云ふにも拘はらず、其の收むる所は尙特殊の理論にも及び、是等特殊の理論の重要なものは簡單乍ら殆んど網羅されて居ることこれである。尤も斯かる短かき著述に於て特殊の理論に及ぶことは勢ひ實際上に必要なものだけに限らざるを得ず、従つて多少組織としての調整を破る嫌なしとはしない。例へばビグーの限界供給價格曲線を論じて之と相對立する限界需要價格曲線に及ばざるが如きは此の一例である。併しながら數理經濟學說其ものゝ集成に非ずして、之に用ひられたる數學理論の系統的説明が本書の目的である點より之を見れば、右の如く必要に應じて特殊の理論に論及し、又屢々實際には必要ならざる極端の場合を示すことをも辭せざることは、經濟學に於ける數學利用の將來發展せらるべき方向を暗示するものとして無用ならずと信する。少くとも茲に示されたる數學理論は單に經濟學の純理論が數學的表現を得たるものゝみとして考へられてはならない。若し果して單に其の意味に於てならば圖形的表示は斯かる代數的分析よりも遙に撰ばるべきものであらう。¹⁶ 又果して然らば、現實に必要なならざる極端なる場合の説明は全く存在の意味

を有せざることをなるであらう。是等の點に就いては本書が *Mathematical Groundwork of Economics* にて云はく *Groundwork of Mathematical Economics* に非ざることを記憶せねばならぬ。

併し乍ら數學的理論と雖も經濟學に利用せらるゝ限りに於ては主として實際的諸問題の解明に役立つ點に其の利益を認めざるべからざることにはマーシャルの道破せる如くである。抽象的理論それ自らとしては屢々利用よりも寧ろ悪用に陥ることなしとしない。それ故に著者が以上の理論の取扱に於て原著者への参照を詳にせざることには、著者の自ら序文に斷はれる所なるにも拘はらず尙甚だ惜しむべきであると思ふ。著者が其の學說を採用せる諸學者への参照を省きたるは、恐らく是等を自己の組織に取入るゝに當つて隨所に著者独自の見解を加へ、¹⁷單純なる参照は反つて著者の眞意を誤るべきを惧れたるが故であらう。然し乍ら少くとも論及せられたる稍特殊の理論に就いては特に其の理論の全體に對する關係を明ならしむるが爲に、又更にその實際に於ける適用を知らしめんが爲に、適當なる参照のあることを望まざるを得ない。

著者が努めて簡單なる叙述を試みたることより生ずるものと考へ得べき以上の諸點は、特に數理學的傾向を有せざる人々に取つては一層大なる缺點として感ぜられることであらう。蓋し理論の内容が數學の素養なき人々の理解にも容易に達し得る簡單なる數學を遙へて居るからである。然し乍ら斯くの如きは固より本書の期する所に屬する。既に數學が經濟學理論の上に役立ち得ることを認める以上は、その數學も經濟學の複雑化すると共により進んだものであらねばならない。若し近き將來に於て、例へば數學に依つて正確づけられたる限界利用學

説が今日經濟學界の共有財産となれるが如く、是等の進歩したる數學理論が一般的の形の下に承認せられ利用せられることありとすれば、今是等の諸學説を打つて一丸と爲せる本書は實に其の先驅をなすものと云ふべきであらう。本書の使命とするところ既に然り、故に經濟學に於ける數學の利用は諒明の爲の圖解的表示を主とすべきか、或は進んで代數的分析を撰ぶべきかの如きは抑も別個の問題である。一般に經濟學に於ける數學利用の限界如何も亦茲に論究すべき所ではない。

以上、大體に於て本書の内容を紹介し、且つ若干の批評を試みた。然し乍ら若干の批評として述べた所も、批評と云はんよりは寧ろ希望であり、本書を其の目的とする所以上に一般の財産たらしめんが爲の望蜀の言葉である。若し序文に於て著者の目的とする所に顧みれば以上の評言の半ばは無用の辯であるかも知れない。恊に名實相伴へる近來の好著と云ふべきであらう。

本文を舛するに際して渡邊孫一郎博士より種々の有益なる純數學的御批評を聞くを得たるは筆者の甚だ幸福とする所である。全文殆んど數學の式より成り立つ本書に於て數學上の批評が重要な地位を占めることは云ふまでもない。否本書の價値は斯かる純數學的批評をまつて始めて完全に傳へ得ると云ふべきであらう。唯筆者は數學に通ずること深からざるが故に、又茲には上述の理由に依つて内容たる個々の理論に立入らざりしが爲に、博士の御批評の多くを紹介する機會を有せざりしことを遺憾とする。記して亶く感謝の意を表する。

1. A. I. Bowley, *The mathematical groundwork of economics. An introductory treatise.* Oxford, 1924. Pp. vii+98.
2. I. Fisher, *A brief introduction to the infinitesimal calculus, designed especially to aid in reading mathematical economics and statistics.* N. Y. 1897, 3rd ed. 1906. Pp. xiii+84.
3. Bowley, op. cit. pp. 78—96, Appendix. Summary of the mathematical ideas and formulae used.
4. Bowley, *Pure mathematics.* Oxford, 1913.
5. Bowley, op. cit. Preface, p. iii.
6. Cf. Jacques Moret, *L'emploi des mathématiques en économie politique.* Paris, 1915. VI. Zawadzki, *Les mathématiques appliquées à l'économie politique.* Paris, 1914.
7. op. cit. p. iii
8. Cf. W. L. Cram, *Recent books on mathematical and statistical method.* *Quarterly Journal of Economics.* Feb. 1925
 此の小篇に於てクラム氏は米國の事情が英國と異なることを述べ、次の言葉を加へて居る 'It is likely that 'the mathematical groundwork of economics' will have a stronger appeal for mathematicians with a moderate knowledge of economics'.
9. Bowley, op. cit. p. 80, note.
10. Edgeworth, "The mathematical groundwork of economics, by A. I. Bowley." *Economic Journal.* Sept. 1924. p. 433.
11. 微係数の記號として D_x を用ゐることは、一時ボウレイが本文中に於て述べて居る理由に依つて數學者間に採用せられた、けれども現在に於ては $\frac{dy}{dx}$ に分數の意味を持たしめることも可能なりとの論據に依つて再び從來の記號に歸らんとする傾向にありと云はれる。

12. Jevons, Theory of Political economy. p. xiii.
13. Pigou, Producers' and Consumers' Surplus. Economic Journal, 1910, p. 210, Economics of Welfare, p. 324. Bowley op. cit. p.34.
14. Marshall, Principles of Economics. p. 837, Bowley op. cit. p.10.
15. Edgeworth. op. cit. p. 431.
16. Cf. Keynes, Alfred Marshall 1842—1924. Economic Journal, Sept. 1924. p. 335, note 2.
17. 例へば生産者餘剰の説を採つて消費者餘剰の名を捨てたるが如きは、たゞの事。Bowley. op. cit. p. 77.
18. 此の點に關して獨占及び競争に對するケマントンの所説を Pigou. Economics of Welfare. Appendix III, A diagrammatic analysis of certain problems of competition and monopoly. pp. 931 seq. を採録せり。

一九二五・五・十三

中山伊知郎