為替市場の効率性：月次データによる検証

釜　江　廣　志

§1　はじめに

為替や証券の市場が効率的であれば，①為替の直物レート（または証券の現物価格）は全情報を反映するからランダムであり，その予想は不可能である，したがって②超過利潤を得ることは不可能，つまり裁定が完全に行われ尽くしていて，超過利潤を得る裁定の機会が残存していない[(1)]，他方，③先物（または先渡し）価格は全情報を含むから，これは将来の直物価格の不偏期待値である[(2)]．

このような関係に基づいて，効率的市場仮説のテストは様々な形で行われている．為替市場については，とりわけ先渡しレートの不偏性を調べて，この仮説が成立するかどうかをみる試みが数多くなされている．不偏性仮説とは，日 t における直物レート（s_t）が任意の限月 t までの残存期間が k であるような先物の $t-k$ におけるレート（$f_{t|t-k}$）の不偏推定値であることである．すなわち，

（1）　$$s_t = c+\beta\cdot f_{t-k}+e_t$$

において $\beta=1, c=0$ が成立することである．ここに各変数は対数表示[(3)]，c は定数であり，e_t は誤差項でホワイト・ノイズであると仮定される．以下 $f_{t|t-k}$ を f_{t-k} と書くことにする．この関係は，直・先レートをそのまま使

う (1) 式のような forward rate version (または level version) の定式化，および s_t-s_{t-k} を $f_{t-k}-s_{t-k}$ に回帰する forward discount version (または percent change version) の定式化[(4)]

$$(1') \qquad s_t-s_{t-k}=c'+\beta'(f_{t-k}-s_{t-k})+e_t'$$

を用いてテストされている．後者の定式化の場合でも，$\beta'=1$，$c'=0$ のとき不偏性仮説が成立する．これまでの諸研究のテスト結果は，不偏性仮説が forward rate version ではほとんど例外なく成立し，forward discount version では棄却されることを示す．これらの差異の説明として，前者が長期の関係を，後者の forward discount version が短期の関係をそれぞれ表しているとすることが可能である．[(5)]

ところで，伝統的な計量経済学に基づく方法では，変数の時系列的な性質を十分に考慮して分析することはできない．そこで，近年進展の著しい時系列分析を用いる研究が増えつつある．たとえば Hakkio and Rush (1989), Moore (1994), Brenner and Kroner (1995) などは，直・先両レートが非定常的であることを確認した上で，(1) 式において直・先レート間の共和分関係の存在を検討する方法を採っている．また，共和分関係が存在する場合には，誤差修正モデル (ECM) の定式化が可能であることから，2 変数のベクトル値自己回帰 (VAR) モデルやベクトル値誤差修正モデル (VECM) の形態での分析も Moore (1994), Norrbin and Reffett (1996) などいくつか進められている．

本稿では，変数の時系列的な特性を考慮し，特に弱外生性に注意を払って，円・ドルの為替レートに関し不偏性仮説，あるいは効率的市場仮説が成立するか否かを VECM を用いて検定する．以下では先物を先渡しを含む広い概念として使う．また本稿では，次節で説明されるような為替市場の制度的要因を考慮してデータを作成する点が従来の研究と異なる．先物として 1 か月ものと 3 か月ものの先渡しデータを用い，1 期を 1 か月とす

る．なお，効率的市場仮説と不偏性仮説を同一視する立場もあるが，本稿では両者を区別し，効率的市場仮説は不偏性仮説を含むより広い概念であるとする．

次節では，長期の効率性を，不偏性仮説の forward rate version の定式化により共和分テストする方法とデータを説明する．第3節は共和分テストの結果を示す．第4節では，短期の効率性を，VECM を推定して検定することによって分析する．そこでは，構造変化が生じているかもしれないことも考慮している．第5節は結論である．

§2　不偏性仮説の forward rate version のテスト

この節では，不偏性仮説の forward rate version の定式化を共和分法を用いてテストし長期の効率性を分析する方法とデータを説明する．直物レートと先渡しレートの差である直先スプレッドには，ベーシス，つまり同一時点の両レートの差と，プレミアム，つまりある時点の先渡しレートとその先渡しが決済される時点での直物レートとの差がある．不偏性をテストするのは，現在の先渡しと将来の直物の関係を調べることであるから，プレミアムを使うのが適切である．

ところで，ネットの持越し費用は利子率＋貯蔵費用—便利収益で定義される．為替の場合，貯蔵費用はネグリジブルであり，利子率を自国のそれとすると便利収益は外国の利子率になるから，ネットの持越し費用は2国の金利差に等しく，これは通常，定常的である．Brenner and Kroner (1995, p. 28, p. 33-4) は，このようにネットの持越し費用が定常的であれば，不偏性仮説の必要条件は，$t+k$ における直物レート s_{t+k} と，限月までの残存期間が k であるような先渡しの日 t におけるレート f_t の間に共和分関係があり[(6)]，(1, −1) が共和分ベクトルである，つまり (1) 式で $\beta=1$,

$c=0$ であることを示している．以下ではこの関係をテストする．

なお，不偏性仮説の検定式の誤差項はホワイト・ノイズで自己相関が 0，すなわち系列的に独立であるが，共和分関係の式のそれは定常的であって自己相関は 0 ではない，つまり系列的に独立ではない(7)ので，定常性の方がホワイト・ノイズよりも弱い条件である．したがって，直・先レートが共和分関係にあるとしても，そのとき不偏性仮説が成立するとはいえない(8)．

本稿では，先渡しの起算日，つまり直物の受渡日を各月の最終営業日とするような先渡しの月次データを用いる．一般に，k か月先渡しはその契約日の 2 営業日後が起算日であり，先渡しはその k か月後である応当日に決済する．k か月先渡しの契約日から決済日までは通常，k か月プラス 2 営業日である．そこで，日 t に契約される先渡しの価格と比べるべき直物の価格は，先渡しの応当日，つまり t の（2 営業日＋k か月）後におけるそれではなく，先渡しの応当日の 2 営業日前，つまり t の（2 営業日＋k か月－2 営業日）後の価格である．この価格で契約される直物が，先渡しの応当日に受け渡されるのである(9)．

また，応当日が休日の場合，それは後ろにずらされるが，起算日が月の最終営業日であって応当日が翌月になる場合には，これを各月の最終営業日とする慣行（month-end rule）があり，さらに，起算日が月の最終営業日なら，応当日も各月の最終営業日となる月末対応の原則（end-end rule）がある(10)．そこで，起算日を各月の最終営業日とするような 1 か月ものの先渡しのデータを使えば，先渡しの契約日から直物の契約日までの期間は通常 1 か月になり，本稿で 1 期と想定する 1 か月間と一致し(11)，先渡しの予想期間とデータ採集の単位期間とが均等になり，overlapping data 問題を避けることができる．本稿ではまた，3 か月ものの先渡しデータも使用する．この場合はもちろん overlapping data の問題が残存する．

計測対象の期間は，変動為替相場制に移行した 1973 年 3 月から最近時

(95年11月）までの273か月である．対象とするデータは，東京市場のインターバンクの直物レートの終り値と，直先スプレッドから求めた先渡しレートである．

§3　共和分テストの方法とその結果

§3-1　変数の定常性

初めに，直物レートと先渡しレートが単位根を持つか否かを検討する．方法としては，単位根が存在することを帰無仮説とする augmented Dickey-Fuller（ADF）法と，単位根が存在せず定常的であることを帰無仮説とする Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin（1992）の KPSS 法とを用いる．

最初に，第1の方法である ADF 法を使用する．Dickey and Pantula（1987）の top-down アプローチにしたがう．まず，これらの変数が $I(2)$ であるか否かを，1階の階差を取った変数が $I(1)$ であるかをみることによって調べる．定数項のみを考慮する，つまり対立仮説として「単位根が存在せず定常的である」を表わす式でドリフト（定数項）が付く式のみを考える．なぜなら，階差をとった後の変数にさらにトレンドがあるとは考えにくいからである．

y は一般の変数を表すとする．ADF 法によれば，この対立仮説を表す

$$y_t = \mu + \rho y_{t-1} + \alpha_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + \alpha_p \Delta y_{t-p} + u_t \tag{2}$$

から得られる ρ の推定値が1に等しい時，変数に単位根が存在するとの帰無仮説は棄却されない．なお Δy のラグ数 p は，得られる残差がホワイト・ノイズになるように決められなければならないので，Ljung-Box（LB）テストとラグランジェ乗数（LM）テスト(12)を使う．また赤池と，Shwarz のベイジアンのそれぞれの情報量基準である AIC と BIC を使用

し，これらの値が最小になるように選ばれるラグ数を示す．さらに general-to-specific（GTS）法も使用し，最長のラグの付く変数が有意であるようにラグ数を決める[13]．テスト結果は表 1a，b，c のとおりで，両変数が $I(2)$ であるとの帰無仮説は棄却される．

変数が $I(2)$ であることが否定されるので，次にそれらが $I(1)$ であるかをテストする．対立仮説つまり，(a)「単位根が存在せず定常的である」を表わす式でドリフト（定数項）が付かない式

（3）$$y_t=\rho y_{t-1}+\alpha_1\Delta y_{t-1}+\cdots+\alpha_p\Delta y_{t-p}+u_t$$

と，付く式（2）と，(b)「単位根は存在せず，トレンド回りで定常的である，つまり，トレンドを除去すると定常的である」を表わす式（ドリフトとトレンド付き）

（4）$$y_t=\mu+\beta t+\rho y_{t-1}+\alpha_1\Delta y_{t-1}+\cdots+\alpha_p\Delta y_{t-p}+u_t$$

から得られる ρ の推定値が 1 に等しい時，変数に単位根が存在するとの帰無仮説は棄却されない．

後者の連続的な検定法は，次のとおりである[14]．まず，(4) 式から単位根ありの帰無仮説を τ_τ でテストする．これが棄却されればストップ，棄却されないならば，(2) 式から帰無仮説を τ_μ でテストする．帰無仮説が棄却されればストップ，棄却されないならば，(3) 式から帰無仮説を τ でテストする．テスト結果は表 2a〜c のとおりで，両変数が $I(1)$ であって単位根が存在するとの帰無仮説は棄却されない．

表 1a　直物レートの $I(2)$ のテスト

	BIC	AIC	LB	LM	GTS
定数項のみ有	−14.06*(0)	−7.03*(5)	−14.06*(0)	−14.06*(0)	−4.47*(16)

注：表の数値は ADF 検定の τ 値であり，カッコ内は (2) 式の右辺の変数のラグ数 p を示す．ADF 検定では，表に示した τ 値が臨界値よりも大きければ，変数に単位根が存在するとの帰無仮説は棄却されない．τ 値に * 印がついて

いるものはこの仮説が5% で棄却されることを示す．また BIC と AIC は，Shwarz のベイジアンと，赤池のそれぞれの情報量基準であり，これらが最小になるようなラグ数を選ぶ．LB，LM は Ljung-Box とラグランジェ乗数のテストの値である．LB，LM テストでは系列相関がないラグ数を見つける．GTS は general-to-specific 法で，最長のラグの付く変数が有意であるようにラグ数を決める．

表 1b　先渡しレートの $I(2)$ のテスト結果（1 か月先渡し）

	BIC	AIC	LB	LM	GTS
定数項のみ有	−13.76*(0)	−6.98*(5)	−11.22*(1)	−13.75*(0)	−4.59*(16)

表 1c　先渡しレートの $I(2)$ のテスト結果（3 か月先渡し）

	BIC	AIC	LB	LM	GTS
定数項のみ有	−13.51*(0)	−7.16*(5)	−13.51*(0)	−13.51*(0)	−4.66*(16)

表 2a　直物レートの $I(1)$ の ADF テスト

	BIC	AIC	LB	LM	GTS
定数項・トレンド有	−2.60(1)	−3.14(11)	−2.78(3)	−2.48(2)	−3.14(11)
定数項のみ有	−0.40(1)	−0.83(11)	−0.52(3)	−0.41(1)	−0.42(17)
定数項・トレンド無	−1.51(1)	−1.67(6)	−1.40(3)	−1.51(1)	−1.81(17)

注：表の数値は ADF 検定の τ 値であり，カッコ内は (2) ～ (4) 式の右辺の変数のラグ数 p を示す．ADF 検定では，表に示した τ 値が臨界値よりも大きければ，(2) ～ (4) 式の ρ の推定値が 1 である，つまり変数に単位根が存在するとの帰無仮説は棄却されない．τ 値に * 印がついていないものはこの仮説が 5% で棄却されないことを示す．表 1 の注参照．

表 2b　先渡しレートの $I(1)$ の ADF テスト（1 か月先渡し）

	BIC	AIC	LB	LM	GTS
定数項・トレンド有	−2.61(1)	−3.00(11)	−2.79(3)	−2.79(3)	−3.00(11)
定数項のみ有	−0.38(1)	−0.86(11)	−0.49(3)	−0.38(1)	−0.36(11)
定数項・トレンド無	−1.51(1)	−1.70(6)	−1.41(3)	−1.51(1)	−1.94(17)

表 2c　先渡しレートの $I(1)$ の ADF テスト（3 か月先渡し）

	BIC	AIC	LB	LM	GTS
定数項・トレンド有	−2.68(1)	−2.96(11)	−2.88(3)	−2.58(2)	−2.21(17)
定数項のみ有	−0.43(1)	−1.01(11)	−0.53(3)	−0.43(1)	−0.37(17)
定数項・トレンド無	−1.48(1)	−1.69(6)	−1.37(3)	−1.48(1)	−1.92(17)

次に，構造変化のある場合を想定して，修正されたADF法による検定を行う．本稿の計測対象の期間は73年から95年までと長いので，途中で構造変化が生じている可能性は排除できない．構造変化があるとすれば，この期間の円の直物レートの最安値が1ドル＝305円，最高値が83円であってかなり幅があることから，平均値のシフトがあると考えられる．そこで，海外との資本取引を原則自由にするべく外為法（外国為替及び外国貿易管理法）の抜本的改正がなされた80年12月[15]と為替取引の実需原則が撤廃された84年4月を変化時点の候補とする．

用いる検定法は，平均値のシフトを考慮するPerron（1990）の方法である．一般的には

（5）　$y_t = \alpha+\gamma DU_t+dD(TB)_t+\rho y_{t-1}+\sum_{j=1}{}^{k}c_j\Delta y_{t-j}+e_t$

を推定し，帰無仮説$\rho=1$を$\tau=(\rho-1)/\mathrm{s.e.}$により$t$テストする．ここに，$T_B$は構造変化の生じる時点であり，$DU_t$と$D(TB)_t$はダミー変数である．$DU_t$は$t>T_B$のとき1をとり，それ以外では0，$D(TB)_t$は$t=T_B+1$のとき1をとり，それ以外では0をとる．この検定の臨界値はPerron（1990）の表4にあり，検定統計量τが臨界値より小なら，単位根が存在するとの帰無仮説は棄却される．Δy_tのラグkをBICとAICで選ぶときの結果は表3a～cのとおりであり，いずれも帰無仮説は棄却されない．

表3a　構造変化を仮定するときの直物レートの$I(1)$のADFテスト

変化時点	BIC	AIC
80/12	−0.69(1)	−0.48(6)
84/4	−1.86(1)	−2.06(6)

注：表の数値はADF検定のτ値であり，カッコ内は（5）式の右辺の変数のラグ数kを示す．ADF検定では，表に示したτ値がPerron（1990）の表4の臨界値（$T=200, \lambda=T_B/T=0.5$のとき5％水準の値は−3.34）よりも大きければ，変数に単位根が存在するとの帰無仮説は棄却されない．τ値に＊印がついていないものはこの仮説が5％で棄却されないことを示す．またBIC

と AIC は，Shwarz のベイジアンと，赤池のそれぞれの情報量基準であり，これらが最小になるようなラグ数 k を選ぶ．

表 3b　構造変化を仮定するときの先渡しレートの $I(1)$ の ADF テスト（1 か月先渡し）

変化時点	BIC	AIC
80/12	−0.72(1)	−0.43(6)
84/4	−1.86(1)	−1.62(6)

表 3c　構造変化を仮定するときの先渡しレートの $I(1)$ の ADF テスト（3 か月先渡し）

変化時点	BIC	AIC
80/12	−0.74(1)	−0.37(6)
84/4	−1.55(1)	−1.84(6)

変数の定常性の第 3 の検定法として KPSS 法を使う．ADF 法とは逆に，「変数が定常的である，またはトレンド回りで定常的である」を帰無仮説，「単位根が存在する」を対立仮説とする．ある変数 y_t がトレンド変数 t，ランダム・ウオーク変数 $x_t \sim I(1)$，定常的な誤差項 $\varepsilon_t \sim I(0)$ の 3 つの和として

$$y_t = \xi t + x_t + \varepsilon_t$$

と表されるとする．ここに $x_t = x_{t-1} + u_t$ である．

y_t がトレンド回りで定常的であるとの帰無仮説が成立するためには，u_t の分散が 0 でなければならない．なぜなら，このとき $x_t - x_{t-1}$ は一定となり，x_t はトレンド回りで定常となって，$I(1)$ の変数がなくなるからである．KPSS は上式の回帰の残差 e_t のラグ付き値[(16)]を用いてラグランジェ乗数型の検定統計量

$$\eta_\tau = T^{-2} \textstyle\sum_{t=1}^{T} S_t^2 / s^2(k) \tag{6}$$

を計算する．ここに

$$S_t = \textstyle\sum_{i=1}^{t} e_i,$$

$$s^2(k) = T^{-1} \textstyle\sum_{t=1}^{T} e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^{k} w(s,k) \sum_{t=s+1}^{T} e_t e_{t-s},$$

であり

$$w(s, k) = 1 - s/(k+1)$$

は Bartlett の window である.(17)

$\xi=0$ のとき，x_t の分散が 0 であれば，x_t は一定となり，y_t が［レベル回りで］定常的であるとの帰無仮説が成立する．この場合の検定統計量 (η_μ) も同様に得られる．テストの結果は表 4a〜c のとおりで，各変数は非定常的である．

表 4a　直物レートの KPPS テスト

lag＝3		lag＝12	
η_μ	η_τ	η_μ	η_τ
6.04*	0.59*	1.94*	0.21*

注：* は 5% で帰無仮説を棄却する．

表 4b　先渡しレートの KPPS テスト（1 か月先渡し）

lag＝3		lag＝12	
η_μ	η_τ	η_μ	η_τ
6.02*	0.57*	1.94*	0.20*

表 4c　先渡しレートの KPPS テスト（3 か月先渡し）

lag＝3		lag＝12	
η_μ	η_τ	η_μ	η_τ
5.99*	0.52*	1.93*	0.19*

§3-2　共和分テスト

§2 では，不偏性仮説が成立すれば，2 つの制約，つまり (a) 日 t から k 期間先の直物レートと，任意の限月 $T(=t+k)$ までの残存期間が k（固定）であるような先渡しの日 t におけるレートの間に共和分関係があり，共和分ベクトルが 1 個存在し，かつ (b) その値が $(1, -1)$ であること，が導かれた．ここでは，共和分のテスト法を用いて，実際のデータからこ

のような結果が得られるかどうかを検討する．

（1）式を拡張した c 変量 VAR(n) モデルを一般的に

（7）　$$y_t = A_1 y_{t-1} + \cdots + A_n y_{t-n} + \nu + u_t$$

と書く．このモデルの自己回帰過程の次数，つまりラグの長さ n を決定するために，尤度比検定と Shwarz のベイジアンの情報量基準 BIC を用いる．まず尤度比検定では，$n>m$ に対し，自己回帰過程が n 次（VAR(n)）であるとの帰無仮説と自己回帰過程が m 次（VAR(m)）であるとの対立仮説を考える．尤度比

（8）　$$LR = (T - \mathrm{MCORR})(\ln|\textstyle\sum_m| - \ln|\sum_n|)$$

は自由度 $c^2(n-m)$ の χ^2 分布をする．ここに，$|\sum_n|$ は VAR(n) モデルの残差項ベクトルの共分散行列の行列式，T はサンプル数，$\mathrm{MCORR} = c \cdot n + 1$（定数項を含む場合）である．この尤度比の値が臨界値より大なら帰無仮説は棄却される．$y_t = (f_{t-k}, s_t)$，$m = n-1$ とする場合の尤度比検定の結果は表 5a，b のとおりである．この検定において帰無仮説が棄却されない次数のうちで最小の次数である $n=4$（1 か月先渡しデータの場合）と，5（3 か月先渡しデータの場合）が，節約の原理に従い採用される．

表 5a　自己回帰過程の次数の尤度比検定（1 か月先渡し）

	n 3	4
尤度比	14.40	8.53*

注：自己回帰過程が n 次であるとの帰無仮説のテストである．$m = n - 1$ とすると，(8) 式で与えられる尤度比は自由度 4 の χ^2 分布をする．* 印は尤度比が 5% の臨界値（9.49）よりも小さく，帰無仮説が棄却されないことを示す．

表 5b　自己回帰過程の次数の尤度比検定（3 か月先渡し）

	n 4	5
尤度比	328.93	2.47*

第 2 の基準である BIC は多変量の場合，

$$\mathrm{BIC}=\ln|\textstyle\sum_n|+2c^2n\cdot\ln(T)/T$$

である．結果は $n=2$（1か月先渡しデータの場合），4（3か月先渡しデータの場合）のときBICが最小になる．

表5c　自己回帰過程の次数のBIC（1か月先渡し）

n	1	2	3	4	5	6	12	24
BIC	−17.80	−18.42	−18.28	−18.23	−18.34	−18.25	−17.57	−16.54

表5d　自己回帰過程の次数のBIC（3か月先渡し）

n	1	2	3	4	5	6	12	24
BIC	−13.90	−14.21	−15.32	−16.30	−16.15	−16.06	−15.52	−14.55

このようにデータごとに2種類ずつのラグ数が得られるが，特にラグ数が小さいと残差に系列相関が生じる可能性が指摘されているので[18]，モデルの診断を行うことにする．その根拠は，選択されたモデルが正しければ，そのときの各変数の攪乱項は系列的に独立であるべきであることである[19]．

まず，各変数の残差の系列相関係数は表6のとおりである．1か月先渡しデータを使う場合，ラグ数が2のときの先渡しレートの系列相関は大きく，残差に系列相関が残存している可能性のあることを示す．さらに表7では，1次の系列相関の有無をダービンの h テスト[20]で検定しているが，ラグ数が2のときの先渡しレートが系列的に独立であることは棄却される．これらのことから，ラグ数が2のときには攪乱項は系列的に独立でなく，選択されたモデルは正しくないと判断して，以下の分析ではラグ数として4のみを用いることにする．

また，3か月先渡しデータを使う場合には，ダービンの h テストからラグ数が5のときの先渡しレートが系列的に独立であることは棄却されるので，以下ではラグ数として，1か月先渡しデータの場合と同様に4を用いる．

表 6a　直物レートの系列相関（1 か月先渡し，ラグ数＝2）

次数	1	2	3	6	12	24
系列相関	0.0084	−0.0229	0.1421	−0.1005	0.0349	−0.0588

表 6b　直物レートの系列相関（1 か月先渡し，ラグ数＝4）

次数	1	2	3	6	12	24
系列相関	−0.0006	−0.0013	0.0182	−0.1302	0.0169	−0.0572

表 6c　先渡しレートの系列相関（1 か月先渡し，ラグ数＝2）

次数	1	2	3	6	12	24
系列相関	−0.1323	0.0008	0.4256	0.0562	0.1354	0.0786

表 6d　先渡しレートの系列相関（1 か月先渡し，ラグ数＝4）

次数	1	2	3	6	12	24
系列相関	0.0636	−0.0781	0.2676	−0.1124	0.0867	0.0360

表 6e　直物レートの系列相関（3 か月先渡し，ラグ数＝4）

次数	1	2	3	6	12	24
系列相関	0.0101	0.0142	−0.0010	0.0005	0.0180	−0.0579

表 6f　直物レートの系列相関（3 か月先渡し，ラグ数＝5）

次数	1	2	3	6	12	24
系列相関	−0.0084	0.0152	−0.0062	0.0134	0.0139	−0.0514

表 6g　先渡しレートの系列相関（3 か月先渡し，ラグ数＝4）

次数	1	2	3	6	12	24
系列相関	−0.0457	−0.0611	0.3775	0.0791	0.1410	0.0658

表 6h　先渡しレートの系列相関（3 か月先渡し，ラグ数＝5）

次数	1	2	3	6	12	24
系列相関	0.0347	−0.0560	0.3872	−0.0193	0.1140	0.0571

表 7a　ダービンの h テスト（1 か月先渡し）

	直物レート		先渡しレート	
ラグ数	2	4	2	4
h 統計量	N. A.	N. A.	−3.06*	N. A.

注：系列相関なしの帰無仮説をダービンの h 統計量を用いて検定する．＊印は有意水準 5%（臨界値は 1.65），1%（2.33）ともこの仮説が棄却されることを示す．N. A. は h 統計量の値が計算不能であることを示す．

表 7b　ダービンの h テスト（3 か月先渡し）

	直物レート		先渡しレート	
ラグ数	4	5	4	5
h 統計量	N. A.	N. A.	1.05	10.58*

次に 1 か月先渡しデータを使う場合の，制約 (a) のテストには，Johansen and Juselius（1990）のトレース検定を用いる．具体的には RATS（ver4. 20）のサブルーティンである CATS を用いてテストを行う．

(7) 式は Granger の表現定理から，誤差修正モデル（error correction model, ECM）の形態で表現できる．一般的には

$$(9)\qquad \Delta y_t = \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + \Gamma_{n-1} \Delta y_{t-n+1} - \Pi y_{t-1} + \nu + u_t,$$
$$\Pi = I - A_1 - \cdots - A_n,$$
$$\Gamma_i = -(A_{i+1} + \cdots + A_n),\quad i = 1, \cdots, n-1$$

である．制約 (a) のトレース検定においては，帰無仮説が「共和分ランクが cr」であり，対立仮説は「共和分ランクは $cr+1$ 以上で，限定されない」である．各統計量が臨界値よりも大であれば，帰無仮説は棄却される．なお，データと誤差修正項 Πy_{t-1} がトレンドを持つか否かによって異なるテスト法を使う必要があり，①トレンドがレベル・データにない，定数項はあるが誤差修正項に吸収されると想定する場合，つまり CATS の Case 4 では，Johansen and Juselius（1990, p. 180–81）の第 3 のテスト法を，②トレンドがレベル・データにあり（したがって階差データには定数項あり），誤差修正項にはないと想定する場合 (CATS の Case 3) には，Johansen and Juselius（1990, p. 180）の第 2 の方法を，③データと誤差修正項の両方にトレンドがあると想定する場合 (CATS の Case 2) には，Johansen（1994, p. 216）の方法を，それぞれ用いる．臨界値は Johansen and Juselius（1990）の表 A3，A1 と Johansen（1994）の表 5 に記載されている．

以下では，Johansen（1992a, p. 395）と同様に Pantula（1989）の principle に従って，共和分ランクとトレンドについての結合仮説をテストする．検定統計量がそれぞれの臨界値より小さいと帰無仮説は棄却されない．まず，共和分ランクの値とトレンドの有無に応じて，検定統計量を表 8 のように行列形で並べる．すなわち，共和分ランクの小さいものから大きいものへの順に縦方向で上から下へ，トレンドについての上記の CATS の Case 4，Case 3，Case 2 の順に横方向で左から右へである．そこで，第 1 行目を左から右に，次に 2 行目を左から右に，……，と順次比較していき，検定統計量がその臨界値を下回る，つまり帰無仮説を棄却しない最初の場合が，共和分ランクの値とトレンドの有無を示すことになる．

テスト結果によれば，トレース検定統計量は，共和分関係が存在して共和分ランク cr が 1 であることを示している．

表 8a　共和分ランクのテスト（1 か月先渡し）

	Case 4	Case 3	Case 2
$cr \leqq 0$	19.03	16.96	25.04
$cr \leqq 1$	2.27*	0.21*	7.34*

注：trace 値である．* は 90% 水準の臨界値よりも小で，「共和分ランクが cr 以下である」との帰無仮説が棄却されないことを示す．90% 水準の臨界値は $cr \leqq 0$，$cr \leqq 1$ の順に，Case 4 については 17.74，7.50，Case 3 については 13.31，2.70，Case 2 については 22.95，10.56 である．

次に，制約（b）のテストには，Johansen and Juselius（1992）の H_4 テストを用いる．このテストは次のように行われる．第 1 段階テストから共和分ベクトルが cr 個あることがわかったとする．$p \times cr$ の行列 B の線形制約

(10)　　　$H_0: B = H\phi \quad \text{or} \quad R'B = 0$

を考える．ここに H は $p \times s$，R' は制約の数×p，のそれぞれのサイズの既知数で，B の要素に関する制約を表現し，ϕ は $s \times cr$ の未知パラメータである．B を $H\phi$ に差し替え，尤度を最大化する ϕ である ϕ^* を求める．B の制約付き推定値は $B^* = H\phi^*$，共和分ランクのテスト（付論参照）の際の固有値問題の解である固有値のうち，制約付きのそれらを $\lambda_1^* > \cdots > \lambda_{cr}^*$，制約なしの固有値を $\lambda_1 > \cdots > \lambda_{cr}$ とする．この時

(11)　　$LR = -2\ln(Q) = T\sum_{i=1}^{cr} \ln[(1-\lambda_i^*)/(1-\lambda_i)]$

は，自由度 $cr(p-s)$ のカイ 2 乗分布をする．これが臨界値より大なら，制約ありの仮説は棄却される．

$R' = (1, 1, 0)$ とするときのこのテストの結果は $LR = 0.27$ である．$\chi^2_{0.05}(1) = 3.84$ であるから，この結果は共和分ベクトルが $(1, -1)$ であるとの制約を棄却しない．したがって，不偏性仮説，つまり長期の効率性仮説が成立するための必要条件は棄却されない．

続いて，3 か月先渡しデータを使う場合には，データがオーバーラップしているので，共和分関係の存在を調べるために Johansen 法を用いることはできない．そこで Engle-Granger 法を用いてテストする．この方法では，先の（1）式の残差の単位根テストを行い，残差が定常であれば直・先両レートが共和分関係にあると考えられる．（1）式の残差に単位根があるかどうかを ADF 法によって調べた結果が表 8b に示されている.(21) これによると残差に単位根が存在するとの帰無仮説は棄却されるので，両レートは共和分関係にあると判定される．

表 8b　共和分テスト（残差に関する ADF テスト，3 か月先渡し）

	BIC	AIC	LB	LM	GTS
定数項のみ有	−4.17*(6)	−4.17*(14)	−4.17*(6)	−3.52*(12)	−4.17*(14)
定数項・トレンド無	−4.18*(6)	−4.18*(14)	−4.18*(6)	−5.80*(5)	−4.18*(14)

注：ADF テストの τ 値で，( ) 内は，採用したラグの次数 p である．* 印は，5% 水準で帰無仮説が棄却されることを示している．

これまでの結果から，(1) 式の 2 変数間に共和分関係が存在することが示された．そこで，共和分パラメータ β の値を dynamic OLS 法を用いて推定する．なお，データ採集の単位期間の方が予想形成の単位期間より短いことから生じる誤差項の移動平均型系列相関を処理するため，Newey-West 法を用いる．本稿のデータが月次であり，予想形成の単位期間がほぼ 3 か月であることから，誤差項は 2 次の移動平均に従うと考えられる．dynamic OLS のラグとリードの長さとしては $p=3$，6，12 を用いる.(22) 結果は表 8c に示されているとおりで，$\beta=1$ の仮説は棄却されない．

表 8c　先渡し価格と直物価格の関係の測定（3 か月先渡し）

p	β	s. e.	修正 t 値
3	0.9960	0.0029	−0.86
6	0.9989	0.0025	−0.29
12	1.0033	0.0022	0.97

注：Newey-West 法のラグを 2 にして，(1) 式を dynamic OLS で推定する．各係数推定値の右の s. e. と修正 t 値は，それぞれ標準誤差と修正された t 値である．修正 t 値に * 印のついていないものは，この t 値の絶対値が $N(0, 1)$ の 5% 臨界値（1.96）より小で，$\beta=1$ なる仮説を棄却しないことを示す．修正された t 値の計算法は次のとおりである．共和分パラメータ $=a$ であるとの仮説の検定には，回帰分析の t 検定統計量 $t=$(回帰係数$-a$)/標準誤差のみではなく，これに加えて，回帰から得られる $s^2=$回帰の残差平方和/(サンプル数−定数項を含む係数パラメータの数) と，Newey-West 推定値を考慮した $\lambda^2=c_0+\sum_{j=1}^{q}2[1-j/(q+1)]c_j$ から計算される $t\cdot s/\lambda$ を用い，これの絶対値が $N(0,1)$ の臨界値より大なら，仮説は棄却される．ここに $c_j=\sum_{t=j+1}^{T}u_t u_{t-j}/T$，$u$ は回帰の残差，q は Newey-West 法のラグである．Hamilton（1994, p. 608-11）参照．

§4　効率的市場仮説のVECMによるテスト

ところで，従来の研究では（1）式のようなforward rate versionのみならず，（1′）式のように$s_t - s_{t-k}$をベーシス$f_{t-k} - s_{t-k}$に回帰するforward discount versionのテストも試みられている[(23)]．しかし，前節の結果のように，長期的関係を表すforward rate versionでは不偏性仮説は成立する傾向が強いのに対し，短期的関係を表現するforward discount versionでは成立しない場合が多くみられる．

時系列分析の方法を用いて短期的な関係を究明するには，forward discount versionとは別の定式化を用いることも可能である．直物と先渡しのレートが共和分関係にあることとGranger表現定理とから，これらのレートに関するシステムを誤差修正モデル（ECM）で表現できる．つまり，短期の動学的関係を考慮するために，直・先両レートのそれぞれのラグ付きの階差を含む，より一般的なECMであるベクトル値誤差修正モデル（VECM）を使ってテストし得るのである[(24)]．なお，従来のテストで用いられてきたforward discount versionのような，単一の式だけを使う方法は，一般に共和分体系においてはそれを効率的に推定することが可能ではない．下記の条件付モデルのような単一の式が効率的に推定されるためには，体系内に弱外生的な被説明変数が存在しなければならない[(25)]．

本節では，VECMを推定し検定することによって，不偏性を経由せずに短期の効率性を分析する．（1）式で考察の対象としていたのは2変数f_{t-k}, s_tの組合わせであった．したがって，左辺の変数にはこれら2変数の変化分を，右辺の誤差修正項にはベーシス$(f_{t-k} - s_{t-k})$ではなく[(26)] 2変数f_{t-k}とs_tの1次結合の1期ラグ付きの値$(s_{t-1} - \beta f_{t-k-1})$を，それぞれ用いる次のようなVECM

(12) $$\Delta f_{t-1} = c_f{}' + \alpha_f{}'(s_{t-1} - \beta f_{t-k-1}) + \sum_{i=1}^{n-1} b_{fi}{}' \Delta s_{t-i} + \sum_{i=1}^{n-1} c_{fi}{}' \Delta f_{t-k-i} + \varepsilon_{ft}{}'$$

(13) $$\Delta s_t = c_s{}' + \alpha_s{}'(s_{t-1} - \beta f_{t-k-1}) + \sum_{i=1}^{n-1} b_{si}{}' \Delta s_{t-i} + \sum_{i=1}^{n-1} c_{si}{}' \Delta f_{t-k-i} + \varepsilon_{st}{}'$$

を取り上げることにする．これは (9) 式を具体化したものである．前節で得られた (1) 式の推定結果によれば$\beta=1$であるから，これを代入すると，s_{t-1} と f_{t-k-1} の 1 次結合 $(s_{t-1}-\beta f_{t-k-1})$ は両者の差 $(s_{t-1}-f_{t-k-1})$，すなわちプレミアムに等しい．

ここで，(12)，(13) 式は限界モデルである．Johansen (1992b) は，VECM の体系が (12) 式と次のような条件付モデル

(14) $$\Delta s_t = c_s + \omega_s \Delta f_{t-1} + \alpha_s(s_{t-1} - \beta f_{t-k-1}) + \sum_{i=1}^{n-1} b_{si} \Delta s_{t-i} + \sum_{i=1}^{n-1} c_{si} \Delta f_{t-k-i} + \varepsilon_{st},$$

または (13) 式と条件付モデル

(15) $$\Delta f_{t-1} = c_f + \omega_f \Delta s_t + \alpha_f(s_{t-1} - \beta f_{t-k-1}) + \sum_{i=1}^{n-1} b_{fi} \Delta s_{t-i} + \sum_{i=1}^{n-1} c_{fi} \Delta f_{t-k-i} + \varepsilon_{ft}$$

に分けられることを示している．

定義から，$\alpha_s{}'$(または$\alpha_f{}'$) の推定値が有意に 0 と異ならなければ，変数 s (またはf) が弱外生的である．ある変数が弱外生的であるとき，単独で効率的に推定できるのは限界モデルではなく，弱外生的な変数を説明変数とする条件付モデルである．

以上の関係を計測していこう．まず初めに，(12)，(13) 式に現れる変数 $\Delta s_t, \Delta f_t, s_t - f_{t-1}$ の単位根テストを行い，これらの定常性を確認する．ADF による結果は表 9 のとおりであり，これらの変数に単位根が存在するとの仮説は棄却される．また，第 3 節で想定したように構造変化が生じている，とするときの，(5) 式にもとづく単位根テストの結果は表 10 のとおりで，これらの変数に単位根が存在するとの仮説は棄却され，これら

は定常である.

表 9a　Δs_t の ADF テスト

	BIC	AIC	LB	LM	GTS
定数項・トレンド有	−14.06*(0)	−7.06*(5)	−14.06*(0)	−14.06*(0)	−4.47*(16)
定数項のみ有	−14.06*(0)	−7.03*(5)	−14.06*(0)	−14.06*(0)	−4.47*(16)
定数項・トレンド無	−13.94*(0)	−6.80*(5)	−11.24*(1)	−11.24*(1)	−3.59*(10)

注：表 1 の注参照.

表 9b　Δf_t の ADF テスト（1 か月先渡し）

	BIC	AIC	LB	LM	GTS
定数項・トレンド有	−13.75*(0)	−7.01*(5)	−11.23*(1)	−13.75*(0)	−4.55*(16)
定数項のみ有	−13.76*(0)	−6.98*(5)	−11.22*(1)	−13.75*(0)	−4.59*(16)
定数項・トレンド無	−13.64*(0)	−6.76*(5)	−11.07*(1)	−13.64*(0)	−4.16*(16)

表 9c　$s_{t-1}-f_{t-k-1}$ の ADF テスト（1 か月先渡し）

	BIC	AIC	LB	LM	GTS
定数項・トレンド有	−13.48*(0)	−6.97*(5)	−10.91*(1)	−13.48*(0)	−4.35*(16)
定数項のみ有	−13.50*(0)	−6.98*(5)	−7.86*(2)	−13.50*(0)	−4.37*(16)
定数項・トレンド無	−13.48*(0)	−6.92*(5)	−7.83*(2)	−13.48*(0)	−4.29*(16)

表 9d　Δf_t の ADF テスト（3 か月先渡し）

	BIC	AIC	LB	LM	GTS
定数項・トレンド有	−13.51*(0)	−7.20*(5)	−13.51*(0)	−13.51*(0)	−4.63*(16)
定数項のみ有	−13.51*(0)	−7.16*(5)	−13.51*(0)	−13.51*(0)	−4.66*(16)
定数項・トレンド無	−13.41*(0)	−7.81*(2)	−13.41*(0)	−13.41*(0)	−4.24*(16)

表 9e　$s_{t-1}-f_{t-k-1}$ の ADF テスト（3 か月先渡し）

	BIC	AIC	LB	LM	GTS
定数項・トレンド有	−4.13*(6)	−4.23*(14)	−4.13*(6)	−3.58*(12)	−4.23*(14)
定数項のみ有	−4.18*(6)	−4.25*(14)	−4.18*(6)	−3.58*(12)	−4.25*(14)
定数項・トレンド無	−4.17*(6)	−4.23*(14)	−4.17*(6)	−3.61*(12)	−4.24*(16)

表 10a　構造変化を仮定するときの Δs_t の ADF テスト

変化時点	BIC	AIC
80/12	−14.03*(0)	−7.03*(5)
84/4	−15.78*(0)	−7.16*(5)

注：表 3a の注参照.

表 10b　構造変化を仮定するときの Δf_t の ADF テスト（1 か月先渡し）

変化時点	BIC	AIC
80/12	−13.72*(0)	−7.11*(5)
84/4	−13.72*(0)	−7.16*(5)

表 10c　構造変化を仮定するときの $s_{t-1}-f_{t-2}$ の ADF テスト（1 か月先渡し）

変化時点	BIC	AIC
80/12	−13.45*(0)	−6.94*(5)
84/4	−13.52*(0)	−7.06*(5)

表 10d　構造変化を仮定するときの Δf_t の ADF テスト（3 か月先渡し）

変化時点	BIC	AIC
80/12	−13.48*(0)	−7.30*(5)
84/4	−13.47*(0)	−7.33*(5)

表 10e　構造変化を仮定するときの $s_{t-1}-f_{t-2}$ の ADF テスト（3 か月先渡し）

変化時点	BIC	AIC
80/12	−4.34*(6)	−4.25*(14)
84/4	−4.26*(6)	−4.45*(14)

続いて弱外生性のテストを行う. 1 か月先渡しデータを使う場合, overlapping data の問題はないので, 以下のような Johansen（1992b）の方法を用いて行うことができる.（12),（14）式の組み合わせ, および（13),（15）式の組み合わせにおいて, $\alpha'=0$ の制約ありを仮定する場合と, 制約なしを仮定する場合に得られる, 共和分ランクのテストの際の固有値問題の解である固有値を各々 $\lambda_i{}^*, \lambda_i$ とする時,

(16)　　$$T\sum_{i=1}^{cr}\ln[(1-\lambda_i^*)/(1-\lambda_i)]$$

なる検定統計量は自由度 $cr\cdot p$ の χ^2 分布をする．ここに p は弱外生性をテストする被説明変数の数，cr は VECM 体系の共和分ランクである．この検定統計量が臨界値よりも大きければ，弱外生的との帰無仮説は棄却される．結果は表 11a のとおりで，5% 有意水準で $\alpha_s'=0$ なる仮説は棄却されないが，$\alpha_f'=0$ なる仮説は棄却され，直物レートが弱外生的であると判定される.(27)

表 11a　弱外生性テスト（1 か月先渡し）

仮説	χ^2
$\alpha_s'=0$	0.88
$\alpha_f'=0$	16.07

注：(16) 式の検定統計量が自由度 1 の χ^2 分布の臨界値（5% で 3.84）よりも大きければ，弱外生的であるとの帰無仮説は棄却される．

次に，3 か月先渡しデータを使う場合には overlapping data の問題があるため，以上の方法は適用できない．そこで限界モデル (12)，(13) 式を推定し，プレミアム項の係数が有意にゼロと異なるかどうかをみることによって，変数が弱外生的であるか否かを判定する．表 11b の推定結果によれば，先渡レートの変化率を被説明変数とするときには，プレミアムの係数は 10% 水準で有意な正の値をとっている．他方，直物レートの変化率を被説明変数とするときには，有意ではないので，直物レートが弱外生的であると考えられる．

表 11b　弱外生性テスト（3 か月先渡し）

	係数推定値	t 値
$\alpha_s'=0$	0.0879	0.37
$\alpha_f'=0$	0.1340	1.54

注：(12)，(13) 式から得られるプレミアム項の係数推定値である．α_s' の推定値

が有意に 0 と異ならなければ変数 s が弱外生的であり，α_f' の推定値が 0 と異ならなければ変数 f が弱外生的である．

これらの結果から（15）式のみの推定を効率的に行うことができる．なお，前節の結果にしたがい，$\beta=1$ を代入することにする．各変数は定常的であることから，OLS による推定が可能である．表 5 の結果から VECM のラグは $n-1=3$ である．このとき表 12a，b に示されるように，（15）式の推定から $\alpha_f=1$ は棄却され，単位期間内に調整は完了しない，つまり裁定は完全ではなく，効率的市場仮説が成立するとはいえない．

この結果を他の計測結果と比較してみよう．Norbbin and Reffett（1996）は，1 期を 3 か月とし 3 か月先渡しのデータを用いて 1973～92 年の円・ドルレートについての同様の計測を行い，α_f の推定値＝0.966，その標準誤差＝0.027 を得て，調整は 1 期間で完了して効率的市場が成立すると結論づけている．本稿では 1 期を 1 か月としているが，1 か月先渡しデータを使う場合に得られる推定値は Norbbin and Reffett の推定値の 1/5 弱であり，単純に 3 倍しても差はかなりある．3 か月先渡しデータを使う場合の推定値も同様に，Norbbin and Reffett のそれと大きく異なる．後記表 13 の，最近時になるほど調整速度が小さくなっていることが示すとおり，以上の結果は計測期間として最近時点まで含めるほど効率的市場が成立しなくなってきていることを意味する，とみなすことができるのかもしれない．

表 12a （15）式の計測（1 か月先渡し）

変数	係数	s. e.	t 値
constant	−0.00024	0.00022	−1.08
Δs_t	0.0058	0.0064	0.91
$s_{t-1}-f_{t-k-1}$	0.1797	0.0458	3.93
Δs_{t-1}	0.8054	0.0466	17.29

Δs_{t-2}	0.2537	0.0649	3.91
Δs_{t-3}	0.1566	0.0609	2.57
Δf_{t-k-1}	−0.2422	0.0651	−3.72
Δf_{t-k-2}	−0.1495	0.0611	−2.45
Δf_{t-k-3}	0.0060	0.0065	0.92

表 12b　(15) 式の計測 (3 か月先渡し)

変数	係数	s. e.	t 値
constant	−0.0011	0.0012	−0.96
Δs_t	−0.0180	0.0189	−0.95
$s_{t-1}-f_{t-k-1}$	0.1351	0.0860	1.57
Δs_{t-1}	−0.1723	0.1039	−1.66
Δs_{t-2}	−0.1550	0.1093	−1.42
Δs_{t-3}	0.8021	0.1018	7.88
Δf_{t-k-1}	0.0391	0.0231	1.69
Δf_{t-k-2}	0.0066	0.0152	0.44
Δf_{t-k-3}	0.0173	0.0197	0.88

ここで，いくつかの時点でサンプルを 2 部分期間に区分して，構造変化が生じているかについてのテストを行う．(15) 式の誤差項に系列相関がなく右辺にラグ付きの被説明変数が含まれない，との条件を満たさないので，Chow テストは使えない[(28)]．そこで，Quandt (1958) の LR テストを用いる．

ある期 (転換時点) において構造変化がないとの帰無仮説をテストする．尤度比の対数は

$$L = t\ln\sigma_1 + (T-t)\ln\sigma_2 - T\ln\sigma$$

として定義される．ここに $\sigma_1{}^2, \sigma_2{}^2, \sigma^2$ はそれぞれ前半 t 期，後半 $T-t$ 期，全体 T 期の回帰からの残差平方和を各サンプル数で割ったものである．これから得られる $-2L$ の値が，説明変数 (定数項含む) の数 $+1$[(29)]の自由度のカイ 2 乗分布の臨界値よりも大なら帰無仮説は棄却される[(30)]．

構造変化の生じている可能性のある時点としては，第 3 節で述べた 2 時

点，すなわち，80年12月（海外との資本取引を原則自由にするよう外為法を改正），84年4月（為替取引の実需原則の撤廃）を取り上げる．

テスト結果によれば，表13a，bのように，これらの時点ではいずれも構造変化なしの帰無仮説は棄却される．また，変化時点以前の α_f の値はいずれも，表12に示される全期間のそれらよりも1に近づいているが，それでもなお1と有意に乖離しており，全期間を通してと同様，効率的市場仮説が成立するとはいえない．

表13a　Quandt法による構造変化のテスト（1か月先渡し）

		α_f の推定値と標準誤差			
転換時点	カイ2乗値	変化時以前		変化時以後	
80/12	456.9	0.2310	0.0886	0.0720	0.0254
84/4	427.9	0.1877	0.0674	0.0320	0.0289

注：$\chi^2{}_{05}(10)=18.31$ である．

表13b　Quandt法による構造変化のテスト（3か月先渡し）

		α_f の推定値と標準誤差			
転換時点	カイ2乗値	変化時以前		変化時以後	
80/12	340.0	0.1984	0.0622	0.0527	0.0218
84/4	386.6	0.1535	0.0461	0.0168	0.0199

§5　おわりに

本稿では，1973年3月から95年11月までの円・ドルの為替レートについて効率的市場仮説が成立するか否かを検討した．直物と1か月もの・3か月ものの先渡しの各レートが定常的ではないことを確認し，このことを考慮して共和分法によってテストしたが，不偏性仮説，つまり長期の効率性仮説が成立するための必要条件は棄却されなかった．また，弱外生性をテストしたうえで，VECMの枠組みを用いて計測したところ，短期的

な効率的市場仮説は成立しないとの結果が得られた．さらに構造変化が生じている可能性を考慮した計測も行ったが，結論は変わらない．

そうであるとすると，市場の効率性を妨げているのは何かを解明すること，また，アベイラブルなより高フリークエンシーのデータ，つまり日次データや週次データを使うなどして[31]効率性を検討することも必要であろう．さらに，効率性が成立せずプレミアムが存在するとなると，これをたとえば異時点の資産家価格モデルなどを使って直接分析することも，試みられるべきであろう．

付論　共和分のランクのテスト

共和分のランク（共和分ベクトルの数）についてのテスト法は次のとおりである．

(A 1)　$z_t = \Pi_1 z_{t-1} + \cdots + \Pi_k z_{t-k} + \mu + \delta t + \varepsilon_t,\quad t = 1, \cdots, T$

のような k 次 VAR を考える．ここに，z は $p\times 1$ の確率変数ベクトル，Π_i は $p\times p$ のパラメータ，μ は定数項，ε は $p\times 1$ の誤差項で平均が 0，分散が Λ の $i.i.d.$ である．この式は ECM の形態で次のように表現できる [Granger の表現定理]．

(A 2)
$$\Delta z_t = \Gamma_1 \Delta z_{t-1} + \cdots + \Gamma_{k-1}\Delta z_{t-k+1} - \Pi z_{t-k} + \mu + \delta t + \varepsilon_t,$$
$$\Pi = I - \Pi_1 - \cdots - \Pi_k,$$
$$\Gamma_i = -I + \Pi_1 + \cdots + \Pi_i,\quad i = 1, \cdots, k-1.$$

$z \sim I(1)$ である時，$\Delta z \sim I(0)$．また $x \sim I(a)$，$y \sim I(b)$ である時，$x+y \sim I[\max(a, b)]$ であるから，(A2) において $\Pi z_{t-k} \sim I(0)$ である．つまり，z が共和分関係にあると定義される．z が共和分関係にあり，ランクが cr である（$0 < cr = \mathrm{rank}\,\Pi < p$）との仮説は，$\Pi$ が

(A 3)
$$\Pi = \alpha\beta'$$

と分解可能であることに対応する［Granger の表現定理］．ここに α, β は $p \times cr$ であり，β' の行ベクトルを共和分ベクトル，α をウエートと呼ぶ．$\beta' z_{t-k}$ は共和分関係を示す．Πz_{t-k} は error correction 項を含む．Johansen 法はこの式を推定することが基本である．

なお，(A2) は次のようにも表現できる．

(A 2′)　$\Delta z_t = F_1 \Delta z_{t-1} + \cdots + F_{k-1} \Delta z_{t-k+1} - F z_{t-1} + \mu + \delta t + \varepsilon_t,$

$$F = I - \Pi_1 - \cdots - \Pi_k,$$

$$F_i = -(\Pi_{i+1} + \cdots + \Pi_k), \quad i = 1, \cdots, k-1.$$

同様に，$F z_{t-1}$ は error correction 項を含む．

(A3) から

(A 4)　$\Delta z_t = \Gamma_1 \Delta z_{t-1} + \Gamma_2 \Delta z_{t-2} + \cdots + (-\alpha\beta') z_{t-k} + \mu + \delta t + \varepsilon_t.$

このシステムの尤度関数は

(A 5)　$L = |\Lambda|^{-T/2} \exp\{(-1/2) \sum_{t=1}{}^{T} (\varepsilon_t' \Lambda \varepsilon_t)\}$

に比例する．ここに T はサンプル数である．(A4) を書き換えて

(A 6)　$\Delta z_t + \alpha\beta' z_{t-k} = \Gamma_1 \Delta z_{t-1} + \Gamma_2 \Delta z_{t-2} + \cdots + \mu + \delta t + \varepsilon_t.$

$\{\Delta z_{t-1}, \Delta z_{t-2}, \cdots\}$ の影響を補正するために，$\Delta z_t, z_{t-k}$ を，それらをそれぞれ $\{\Delta z_{t-1}, \Delta z_{t-2}, \cdots\}$ に回帰して得られる残差 R_{0t}, R_{kt} で置き換えると (A5) (A6) は各々

(A 7)　$L1$

$$= |\Lambda|^{-T/2} \exp\{(-1/2) \sum_{t=1}{}^{T} ([R_{0t} + \alpha\beta' R_{kt}]' \Lambda [R_{0t} + \alpha\beta' R_{kt}])\},$$

(A 8)　$R_{0t} = -\alpha\beta' R_{kt} + \mu + \varepsilon_t$

となる．β が所与と仮定すれば，(A8) を回帰分析して

(A 9)　$\alpha(\beta) = -S_{0k} \beta (\beta' S_{kk} \beta)^{-1}$

(A10)　$\Lambda(\beta) = S_{00} - S_{0k} \beta (\beta' S_{kk} \beta)^{-1} \beta' S_{k0}$

ここに

(A11)　$S_{ij} = \sum_{t=1}{}^{T} R_{it} R_{jt}' / T, \quad i, j = 0, k.$

(A9) (A10) を (A7) へ代入すると，尤度関数を特定の変数のみをパラメータとする関数にした集約尤度は

(A12)　$L_2(\beta) = |\Lambda|^{-T/2} = |S_{00} - S_{0k}\beta(\beta' S_{kk}\beta)^{-1}\beta' S_{k0}|^{-T/2}$

に比例する．したがって尤度最大化は

(A13)　$F = |S_{00} - S_{0k}\beta(\beta' S_{kk}\beta)^{-1}\beta' S_{k0}|$

を β について最小化することと同値である．

Johansen は，この最小化を固有値問題として示す．固有値問題

(A13a)　$|\lambda S_{kk} - S_{k0} S_{00}{}^{-1} S_{0k}| = 0$

の解である p 個の固有値を $\lambda_1 > \cdots > \lambda_p > 0$ とする．F の β に関する最小化の解は，これら固有値に対応する固有ベクトルを基準化して得られる．尤度（の $-2/T$ 乗）は

(A14)　$L = |S_{00}|\Pi_{i=1}{}^{cr}(1-\lambda_i).$

共和分ベクトルの数 cr に関する検定に際し，「高々 k 個 ($k=0, 1, \cdots, cr$) の共和分ベクトルが存在する」との帰無仮説を「残りの $p-cr$ 個の固有値が 0 である，つまり $\lambda_{cr+1} = \cdots = \lambda_p = 0$」との仮説に置き換える．Johansen and Juselius の第 1 段階テストのうち，トレース検定は対立仮説を「共和分ランクは $cr+1$ 以上であり，限定されない」とする．尤度比検定統計量は

(A15)　$LR = -2\ln(Q) = -T\sum_{i=cr+1}{}^{p}\ln(1-\lambda_i)$

である．ここに Q＝restricted ML/unrestricted ML，LR は制約の数 $p-cr$ に等しい自由度を持つ．また λ-max 検定は対立仮説を「共和分ランクが $k+1$」とする．尤度比検定統計量は

(A16)　$LR = -2\ln(Q) = -T\ln(1-\lambda_{cr+1})$

である．これらの統計量の臨界値は Johansen and Juselius (1990) などに示されており，計算される統計量が臨界値より小であれば，帰無仮説は棄却されない．

* 本研究は生命保険文化センターからの研究助成を受けたプロジェクトの成果の一部である．神戸大学金融研究会での報告に際し，石垣健一教授はじめ出席の方々からコメントをいただいた．また，御手洗邦夫氏（興銀カードサービス）に為替の実務についての教示を，秋森弘講師（北星学園大学）と佐々木百合講師（高千穂商科大学）にデータ収集と加工に際して協力を，それぞれいただいた．記して感謝申しあげる．

（1） Jensen (1978), Baillie and McMahon (1989, p. 40) 参照.

（2） Baillie and McMahon (1989, p. 164), Hakkio and Rush (1989), Crowder and Hamed (1993, p. 933) 参照.

（3） 対数をとると，通貨市場の場合，Siegel paradox を避けうる．Engel (1996, p. 133) 参照.

（4） Baillie and McMahon (1989, p. 165), Isard (1995, p. 83) 参照．後者の第5章と Taylor (1995) の第2節は効率的市場仮説についてのサーベイである．

（5） McCallum (1994, p. 120), Barnhart and Szakmary (1991, p. 252) 参照.

（6） Hakkio and Rush (1989, p. 78) も，不偏性仮説の必要条件が共和分関係の存在であることを指摘している．

（7） Hakkio and Rush (1989, p. 78) 参照.

（8） Barnhart and Szakmary (1991) 参照.

（9） Breuer and Wohar (1996, p. 31), Hodrick (1987, p. 36) 参照.

（10） 足立 (1988, p. 70–71) 参照.

（11） Breuer and Wohar (1996) はその p. 32 の注9で言及しているが，実際にはこのようなデータは作成していない．なお，この方法では，月末が休日であれば，各月の最終営業日の間隔はちょうど1か月ではない．また，先渡しの異なる契約日に対応する応当日が重なると（clumping 問題），決済額が増加して売買価格差と価格の分散とを大きくし，推定結果に影響する可能性はある．Breuer and Wohar (p. 34) は，先物の予想形成の期間の間隔に一致させてデータを採集していく方法を提唱している．

（12） LB テストでは，OLS 残差 e_t の自己相関係数

$$r_j = \sum_{t=j+1}{}^{T} e_t e_{t-j} / \sum_{t=1}{}^{T} e_t{}^2$$

を使って,

$$Q = T(T+2)\sum_{j=1}{}^{q}[r_j{}^2/(T-j)]$$

(ここに T はサンプル数) を計算し, これが自由度 q(=8 と固定) の χ^2 分布の臨界値より小なら, 系列相関なしの帰無仮説は棄却されない (Greene (1993) p. 426 参照). q を所与とし, 上式のラグ数 p を増やしながらこの計算をくり返し, 系列相関がない p の値を見つける. LM テストでは, e_t をそれの q 個のラグ付の値と OLS の説明変数に回帰し, 得られる決定係数とサンプル数 T の積が自由度 q の χ^2 分布の臨界値より小なら, 系列相関なしの帰無仮説は棄却されない. q を所与として, 上式のラグ数 p を変えながらこの計算をくり返し, 系列相関がない p の値を見つける. RATS のサブ・ルーチン URADF. src を使用する.

(13) ラグ数 p を当初 20 に設定し, 5% 水準で有意でなければ最長のラグ付き変数を順次除外していくという方法である.

(14) Harris (1995, p. 31), Perron (1988) 参照.

(15) 浜田 (1996, p. 157) 参照.

(16) そのラグ数として McNown and Wallace (1994) は 3, 12 を, Crowder (1994) は 0, 4, 8, 12 を, Linden (1995) は 2, 5, 10 を, それぞれ使用している.

(17) Newey and West (1987) 参照.

(18) Allen and MacDonald (1995, p. 37) 参照.

(19) 山本 (1988, p. 95) 参照.

(20) モデル式が

$$z_t = \beta x_t + \gamma z_{t-1} + \nu + u_t, \qquad u_t = \rho u_{t-1} + e_t$$

のとき, T をサンプル数として, ダービンの h 統計量は次のように定義され, 自由度が大きければ, 標準正規分布をする.

$$\rho\sqrt{(T/(1-T\cdot\mathrm{var}(\gamma))}\sim N(0,1)$$

(21) このように残差について単位根を検定する場合, トレンドを含むと臨界値が小さくなり検定力が落ちるので, トレンド付きの検定は行わない. Harris (1995, p. 54) 参照.

(22) ラグとリードの期数として Evans and Lewis (1992, 付録 A, p. ii) は 2〜12 を, 代表例には 6 を用いている.

(23) たとえば Barnhart and Szakmary (1991, p. 253) は，forward rate version は短期動学を無視し，forward discount version は直・先レートのそれぞれのラグ付きの階差を含めていないので，ECM の定式化を誤っている，と指摘する．

(24) Moore (1994), Norrbin and Reffett (1996) 参照．

(25) なお，Norrbin and Reffett (1996, p. 270, 272) は，弱外生性を考慮しないで，したがって単独の式ではなく体系全体を計測し，限界モデルで $\alpha_f=1$ であれば，均衡からの乖離があっても forward rate は単位期間内に調整が完了する，つまり裁定が完全でもはやその余地がない状態であるから効率的市場が成立する，と説明している．しかし弱外生性を考慮すると，それだけを単独で効率的に推定できるのは限界モデルではないから，この方法には問題が残る．また，Moore (1994, p. 69) は限界モデル (13) 式において，定数項＝0, $c_{f2}=1, \alpha_f=1$，かつ残差に系列相関がなければ（「長期」の）不偏性が成立するとし，前記の forward discount version の結果から，弱外生性を考慮しないで，「短期」の不偏性は (13) 式において，$\alpha_f=1, b_{fi}=c_{fi}=0$ for $\forall_i$ を見ることでテストできる，とする．なお「短期」不偏性はプレミアムが系列相関を持たないこととして定義されており，これはむしろ市場の効率性と呼ばれるべきであろう．

(26) ただし次のような問題点がある．(12) 式で $\alpha_s'=1$ であれば，s_t と f_{t-2} を比較することになり，(13) 式で $\alpha_f'=1$ であれば，s_{t-1} と f_t を比較することになる，また，Δf_t の式をベーシスを用いて定式化するとしても，$\alpha_f=1$ であれば s_{t-1} と f_t を比較することになってしまい，不偏性仮説の関係をテストするのに適切であるとは言いがたいことである．なお，Δs_t の式をベーシスにより，Δf_t の式をプレミアムによって定式化すると，VECM を構成しなくなり，問題である．

(27) 円ドルレートについて，$\alpha_s'=0$ なる仮説が棄却されないとの結果を得ている他の論文には，Backus and Gregory (1989；分析の対象期間は 74 年 1 月～86 年 11 月), Barnhart and Szakmary (1991；対象は 74 年 1 月～88 年 11 月）がある．なお，直物レートが外生的に与えられ，それにもとづいて，直先スプレッド/直物の比が 2 国の短期利子率の差に等しくなるように先物レートが決まるとの考え方（カバー付き金利平価説）に，実務家は同意しないのでは

ない，と Brenner and Kroner（1995, p. 37, 注 12）は述べている．

(28)　Goldfeld and Quandt（1976, p. 4）参照．

(29)　Greene（1993, p. 365）参照．

(30)　Maddala（1992, p. 120）参照．

(31)　釜江・佐々木（1997）は1つの試みである．

〈参考文献〉

足立禎（1988）『外国為替の話』東洋経済新報社．

釜江廣志・佐々木百合（1997）「為替市場の効率性：週次データによる分析」（一橋大学商学部ワーキングペーパー，No. 26, 5月）

浜田宏一（1996）『国際金融』岩波書店．

山本拓（1988）『経済の時系列分析』創文社．

Allen, D. and G. MacDonald (1995), "The Long-run Gains from International Equity Diversification", *Applied Financial Economics*, 33-42.

Backus, D. and A. Gregory (1989), "Risk Premium in Asset Prices and Returns", *Econometric Reviews*, 187-95.

Baillie, R. and P. McMahon (1989), *The Foreign Exchange Market*, Cambridge University Press.

Barnhart S. and A. Szakmary (1991), "Testing the Unbiased Forward Rate Hypothesis", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 245-67.

Brenner, R. and K. Kroner (1995), "Arbitrage, Cointegration, and Testing the Unbiasedness Hypothesis in Financial Markets", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23-42.

Breuer, J. and M. Wohar (1996), "The Road Less Travelled : Institutional Aspects of Data and Their Influence on Empirical Estimates with an Application to Tests of Forward Rate Unbiasedness", *Economic Journal*, 26-38.

Crowder, W. (1994), "Foreign Exchange Market Efficiency and Common Stochastic Trends", *Journal of International Money and Finance*, 551-64.

Crowder, W. and A. Hamed (1993), "A Cointegration Test for Oil Futures Market Efficiency", *Journal of Futures Markets*, 933-41.

Dickey, D. and S. Pantula (1987), "Determining the Order of Differencing in Autoregressive Processes", *Journal of Business and Economic Statistics*, 455-61.

Dwyer, G. and M. Wallace (1992), "Cointegration and Market Efficiency", *Journal of International Money and Finance*, 318-27.

Engel, C. (1996), "The Forward Discount Anomaly and the Risk Premium : A Survey of Recent Evidence", *Journal of Empirical Finance*, 123-92.

Goldfeld, S. and R. Quandt (eds.) (1976), *Studies in Nonlinear Estimation*, Ballinger.

Greene, W. (1993), *Econometric Analysis*, Macmillan.

Hakkio, C. and M. Rush (1989), "Market Efficiency and Cointegration : An Application to the Sterling and Deutschenmark Exchange Markets", *Journal of International Money and Finance*, 75-88.

Hansen, H. and K. Juselius (1995), *CATS in RATS*, Estima.

Harris, R. (1995), *Using Cointegration Analysis in Econometric Modeling*, Harvester Wheatsheaf.

Isard, P. (1995), *Exchange Rate Economics*, Cambridge Univ. Press.

Jensen, M. (1978), "Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency", *Journal of Financial Economics*, 95-101.

Johansen, S. (1992 a), "Determination of Cointegration Rank in the Presence of a Linear Trend", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 383-97.

——— (1992 b), "Testing Weak Exogeneity and the Order of Cointegration in UK Money Demand Data", *Journal of Policy Modeling*, 313-34.

——— (1994), "The Role of the Constant and Lınear Terms in Cointegration Analysis of Nonstationary Variables", *Econometric Review*, 205-29.

——— and K. Juselius (1990), "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration——with Application to the Demand for Money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 169-210.

——— and ——— (1992), "Testing Structural Hypotheses in a Multivariate Cointegration Analysis of the PPP and the UIP for UK", *Journal of Econometrics*, 211-44.

Kwiatkowski, D., P. Phillips, P. Scmidt and Y. Shin (1992), "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root", *Journal of Econometrics*, 159-78.

Linden, M. (1995), "The Size and Powers of Some Proposed I(1) and I(0) Tests for a Typical Macro-Economic Time Series", *Applied Economics Letters*, 203-207.

Maddala, G. (1992), *Introduction to Econometrics*, Macmillan.

McCallum, B. (1994), "A Reconsideration of the Uncovered Interest Parity Relationship", *Journal of Monetary Economics*, 105-32.

McNown, R. and M. Wallace (1994), "Cointegration Tests of the Monetary Exchange Rate Model for Three High-inflation Economies", *Journal of Money, Credit and Banking*, 398-411.

Moore, M. (1994), "Testing for Unbiasedness in Forward Markets", *Manchester School*, supple., 67-78.

Newey, W. and K. West (1987), "A Simple, Positive Semi-Definite, Hetroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica*, 703-08.

Norrbin, S. and K. Reffett (1996), "Exogeneity and Forward Rate Unbiasedness", *Journal of International Money and Finance*, 267-74.

Pantula, S. (1989), "Testing for Unit Roots in Time Series Data", *Econometric Theory*, 256-71.

Perron, P. (1988), "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 297-332.

——— (1990), "Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing Mean", *Journal of Business and Economic Statistis*, 153-162.

Taylor, M. (1995), "The Economics of Exchange Rates", *Journal of Economic Literature*, 13-47.