マクロモデルを作ろう

桑　名　陽　一

現実のデータを使って，非常に小さな日本経済のマクロ計量モデルを作ってみることにします．統計学・計量経済学の予備知識は必要ありませんが，新入生の方は，マクロ経済学の初歩を学んでから再読されるとよいでしょう．

1　マクロ・モデルとは

マクロモデルは，連立（同時）方程式モデルともよばれ，経済諸変量の因果関係あるいは相互依存関係を連立方程式によって表現したものです．マクロ経済学で最初に登場するのが，

（1）　$$Y = C+S$$

（2）　$$S = I$$

という2本の恒等式です．ここで Y は所得，C は消費支出，S は貯蓄，I は投資支出を表します．恒等式（1）と（2）の組は最も単純な連立方程式モデルです．C と I を与えてやると，S が（2）から，Y が（2）によって得られた S と C から求められます．所得が増加すると消費は増加する，という依存関係を式で表すと，

（3）　$$C = f(Y),\ f\text{ は }Y\text{ の増加関数}$$

です．（3）式は，Y の値を与えるとそれに応じて C が $f(Y)$ に決まる，というように右辺から左辺へと読みます．恒等式（1），（2）に（3）を加えると，trivial でない連立方程式モデルとなります．この場合，C は外から与えられるのでなくモデルの中で計算されます．関数 f が既知ならば，I の値を決めると，その他の変数 C，S，Y の値がすべてモデルによって決定され

ることになります．I のようにモデルの外でアプリオリに値が与えられる変数を外生変数，C，S，Y のようにモデルの内部で値が決定される変数を内生変数と言います．

経済変量間の依存関係に，時間による変化を考慮に入れた動学構造を取り込むこともできます．たとえば，消費支出 C が当期の所得 Y だけでなく前期の消費支出水準 C_{-1} にも依存すると考えられる場合には，(3) 式のかわりに

(3)′　$C=f(Y, C_{-1})$，f は Y の増加関数

という関係式を想定することもできるわけです．連立方程式モデル (1), (2), (3)′ においては，ある期の内生変数の値を計算するのに，外生変数 I と前期の内生変数 C_{-1} の値を知る必要があります．C_{-1} のように内生変数でありながら，次期のモデル解を計算する時には外生変数と扱われるものをラグ付き（あるいは先決）内生変数と言います．

モデルをより現実に近づけたければ，経済変量を細分化し依存メカニズムを追加していけばよいわけです．官庁や民間のシンクタンクで予測や政策シミュレーションに用いられている中・大型マクロモデルも，基本的な考え方は上述のモデル (1), (2), (3)′ と何ら変わるところはありません．

さて，消費と所得の関係 (3) あるいは (3)′ は，抽象的な f という関数関係で表現されています．内生変数のモデル解を得るためには，f を具体的に決定する必要があります．関数関係の決定は，

（1）　入力変数の選択および関数の形状の決定

（2）　関数の未知パラメータの推定

という 2 段階の作業を必要とします．経済学における変量間の依存関係は，物理学・工学のそれよりもはるかに複雑で，数式で明確に表現できるというものではありません．また，実験による依存関係の検証も不可能です．したがって，入力変数の選択および関数の形状の決定は，分析者の判断に委ねる他ありません．同一のデータを与えられた 100 人の分析者が，共通の経済理論を背景とした 100 通りの異なった消費関数を作り上げることさえありうる

のです．

多くの場合，関数の形状は次のような単純なものが想定されます：

（4）　線 形 関 数：$y = a+b_1X_1+b_2X_2+\cdots+b_nX_n$

（5）　対数線形関数：$\log y = a+b_1 \log X_1+b_2 \log X_2+\cdots+b_n \log X_n$,

$$\log y = a+b_1X_1+b_2X_2+\cdots+b_nX_n$$ など．

ここで，y を従属変数，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ を独立変数と呼ぶことにします．$a, b_1, b_2, \cdots, b_n$ は未知の定数です．線形関数は，独立変数 X_i が1単位増加して，他の独立変数に変化がなければ，従属変数 y は一定量 b_i だけ増加するという性質を持っています．($\partial y/\partial X_i = b_i$) また対数線形関数は，$X_i$ が1%増加したとき，他の独立変数に変化がなければ，従属変数 y は一定率 b_i% だけ増加するという性質を持っています．($\partial \log y/\partial \log X_i = X_i/y \ \partial y/\partial X_i = b_i$) これらは，実際には非常に複雑である変量間の依存関係を，最も単純な形で近似したものです．観測されたデータを完全に再現するような関数を作ることはできます．たとえば (3) 式の場合，T 組のデータが与えられたときには T-1 次の多項式を考えればよいわけです．このような関数の観測値外での挙動は信頼がおけるものではありません．明確な物理モデルが存在しない以上，いたずらに複雑な関数形を想定したり，多数の独立変数を導入することは避けるべきです．

関数の形状が決まったならば，次は未知パラメータを実際のデータに適合するように決めてやります．観測データを正確に再現するような関数の想定に意味がないことは前述のとおりです．したがって，ある種の基準なしに未知パラメータを一意に決定することはできません．ここで導入されるのが「最小二乗原理」です．これは次のようなものです：

[最小二乗原理] T 組のデータの観測値 $(y_t, X_{1t}, X_{2t}, \cdots, X_{nt}), t=1, 2, \cdots, T$ が与えられたとき，

（6）$$\sum_{t=1}^{T}(y_t - f(X_{1t}, X_{2t}, \cdots, X_{nt}))^2$$

を最小にするように f のパラメータを決める．

(4) 式のような線形関数の場合には，

$$\sum_{t=1}^{T}(y_t-a-b_1X_{1t}-b_2X_{2t}-\cdots-b_nX_{nt}))^2 \tag{7}$$

が最小となるように $a, b_1, b_2, \cdots, b_n$ を決めればよいわけです．最小値を与える $a, b_1, b_2, \cdots, b_n$ をパラメータ $a, b_1, b_2, \cdots, b_n$ の推定値と呼ぶことにします．

最小二乗原理に基づいてパラメータの推定値を求める方法は最小二乗法と呼ばれています．一般に，最小二乗法によってパラメータを決定するためには，コンピュータの助けを借りる必要があります．(4) の線形関数あるいは (4)′ の対数線形関数などパラメータが線形的な場合には，線形代数を使って推定値の明示的な表現を得ることができますが，パラメータが線形的でない場合には，(6) を数値的に最小化してやらなければなりません．前者を線形最小二乗法，後者を非線形最小二乗法と言います．計量経済分析用のコンピュータ・パッケージは，通常どちらの方法でも計算できる機能を有しています．

コンピュータ・パッケージを使って最小二乗法を行うと，パラメータの推定値の他に様々な計算値が出力されてきます．統計理論を背景としたこれらの計算値は，想定された関数関係が適切であるか，推定されたパラメータが信頼できるものかどうか，などについて重要な情報を与えてくれます．関数関係 $y_t=f(X_{1t}, X_{2t}, \cdots, X_{nt})$ の推定および検定に関する統計的手法は，「回帰分析」と呼ばれています．統計的推論を行うためには確率構造の導入が必要です．上述の線形モデルの場合には，

$$y_t = a+b_1X_{1t}+b_2X_{2t}+\cdots+b_nX_{nt}+e_t,\ t = 1, 2, \cdots, T$$

のような誤差項 $e_1, e_2, \cdots, e_T$ を考えます．$e_1, e_2, \cdots, e_T$ は，確率的に変動する量で，通常の回帰分析の推論では，独立で同一な正規分布にしたがう確率変数と仮定されます．ここでは理論的背景についてくわしく言及する余裕はありませんが，第3節で実際のアウトプットを用いながら，統計量の解釈のポイントについて説明します．

すべての連立方程式の推定を終えると，次はモデルのパフォーマンスをト

ータル・テストとファイナル・テストという2つの方法で評価します．トータル・テストとは，ラグ付き内生変数と外生変数の観測値をすべて与えておいて，標本期間内の各期について内生変数のモデル解を計算し観測値と比較する，というものです．ファイナル・テストはトータル・テストよりもきつい評価方法で，外生変数の観測値のみを与えて，内生変数を計算する方法です．トータル・テストが1期間だけの予測の繰り返しを評価するのに対し，ファイナル・テストは多期間予測の性能を評価するものです．長期の予測を行う場合には，ファイナル・テストの結果が重要であることは，言うまでもありません．

マクロモデルを作成する作業をまとめると，次のようになります：

（1）　理論モデルの定式化

（2）　データの収集

（3）　方程式の推定

（4）　パフォーマンス・テスト

2　モデルの構成

私たちのマクロモデルの理論的背景は初等マクロ経済学でお馴染みの *IS-LM* モデルです．物価水準を内生化せず，経済の需要サイドにのみ着目します．方程式推定の段階で，独立変数の入れ替え・追加が必要となりますが，さしあたって次のような連立方程式モデルを想定します．

（8）　恒 等 式：GNP 90 ＝ CP 90＋IP 90＋IG 90＋OTH 90

（9）　消費関数：CP 90 ＝ f(GNP 90)

（10）　投資関数：IP 90 ＝ g(GNP 90, RINT)

（11）　LM 曲線：RINT ＝ h(M 2/PGNP, GNP 90)

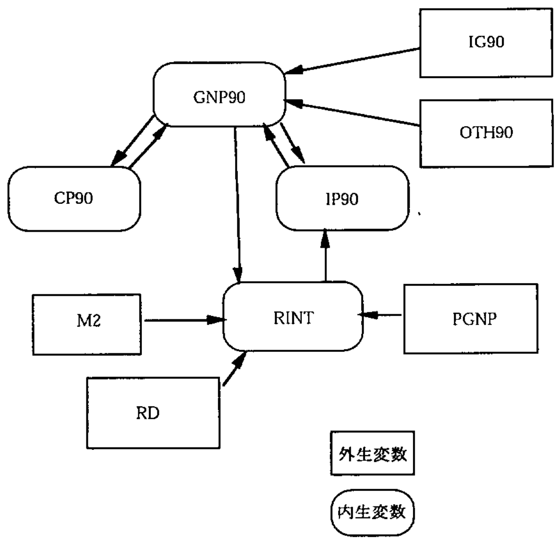
ここで各変数は，次の通りです：

GNP 90：　実質国民総生産（単位：10億円）

CP 90：　実質民間最終消費支出（単位：10億円）

IP 90：　実質民間投資支出（設備＋住宅，単位：10億円）

図―1　方程式の因果関係



IG 90：　実質公的固定資本形成（単位：10 億円）

OTH 90：　その他需要項目（単位：10 億円）

PGNP：　国民総生産デフレータ（単位：1990 年＝100）

M 2：　マネーサプライ（M_2+CD）平均残高（単位：1 兆円）

RINT：　全銀貸出約定平均金利（期中平均，単位：％）

RD：　公定歩合（期中平均，単位：％）

(8)―(10) 式は *IS* 曲線を構成します．また (11) 式は，貨幣需要が恒等的に貨幣供給に等しいとし，物価水準を所与とすれば，*LM* 曲線を表すことがおわかりいただけると思います．*IS-LM* モデルでは，金利と所得（私たちのモデルでは GNP で代用します）が内生的に決定されますので，(11) 式を金利決定式と見做すことにします．変数間の因果関係を図示したものが，図―1 です．

使用するデータは，NEEDS 総合経済ファイルからリトリーヴした四半期系列（1980 年第 1 四半期～1995 年第 3 四半期）を若干加工したものです．

金利以外はすべて季節調整済み系列（季節による変動を除去した系列）を使用します.

各方程式の推定は1本ずつ単純最小二乗法によって行います．計量経済学の見地からすると，連立方程式体系を推定する場合，単一の方程式に最小二乗法を適用することは問題があるのですが，ここでは議論しません．コンピュータ・パッケージはSHAZAMを用います．（SHAZAMはマクロモデル構築には適していませんが，他に利用できるものが手元にないので我慢することにしましょう.）使用したSHAZAMコマンドを載せておきますので，参考にしてください．（文中，SHAZAMコマンドを太字で表記します.）

3　消費関数の推定　—回帰分析入門—

消費関数の形状は，

$$CP\,90 = f(GNP\,90)$$

と仮定しました．まずは，線形回帰モデル，

$$CP\,90_t = a + b\,GNP\,90_t + e_t \qquad (12)$$

のパラメータ a と b を推定してみましょう.

```
:_sample 1 63
:_ols CP90 GNP90

 OLS ESTIMATION
      63 OBSERVATIONS     DEPENDENT VARIABLE = CP90
...NOTE..SAMPLE RANGE SET TO:     1,    63

 R-SQUARE =     .9940     R-SQUARE ADJUSTED =     .9939
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.71006E+07
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =    2664.7
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=  0.43313E+09
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =  0.22266E+06
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION = -585.311

VARIABLE  ESTIMATED  STANDARD   T-RATIO         PARTIAL STANDARDIZED ELASTICITY
  NAME   COEFFICIENT   ERROR     61 DF   P-VALUE CORR. COEFFICIENT  AT MEANS
GNP90     .54799    0.5441E-02   100.7     .000   .997      .9970       9397
CONSTANT  13431.      2104.      6.382    0.000   .633      .0000      .0603
```

たくさん数字が並んでいますが，とりあえずは下線をほどこした部分だけを気に止めてください．まず，「推定式のあてはまりの良さ」を数字で表現したものが自由度修正済決定係数と呼ばれる統計量で，上のアウトプットでは「R-SQUARE ADJUSTED」という項目で表されています．この値が1に

近いほど，推定式の適合度が高いと判断することができます．上の数値例では，0.9939 と 1 に近いため，推定式の適合度は非常に高いと判断されます．パラメータ a と b の推定値は，「ESTIMAED COEFFICIENT」に示されています．a，b の推定値はそれぞれ，13431，0.54799 となっています．独立変数 GNP 90 が CP 90 を説明する要因となっているかどうかは，t-値（T-RATIO）あるいは P-値（P-VALUE）で判断できます．帰無仮説

$$H_0 : b = 0 \quad \text{または} \quad H_0' : a = 0$$

を検定する統計量が，t-統計量です．詳細は省きますが，帰無仮説は否定されることに意味があります．帰無仮説が受容されても，それが積極的に仮説が真であることを意味するのではなく，帰無仮説を否定するには根拠が不足している，ということを意味するだけのことです．帰無仮説 $H_0 : b=0$ が真であると仮定したとき t-統計量の絶対値が（たとえば）3 以上になる確率は非常に小さいものです．したがって，計算された t-値の絶対値が大きいときには，帰無仮説 $H_0 : b=0$ を対立仮説 $H_1 : b>0$ あるいは $H_2 : b<0$ に対して棄却できるわけです．「確率が非常に小さい」というのは少し曖昧な表現です．古典的仮説検定論では，この「小さい確率」の基準をあらかじめ 5%，10% などと設定しておきます．これを有意水準と言います．対立仮説を $H_1 : b>0$ いとします．帰無仮説が真であると仮定したとき，t-統計量が計算された t-値よりも大きくなる（$H_2 : b<0$ の場合は小さくなる）確率が，有意水準よりも小さいならば，帰無仮説を棄却するわけです．この棄却できる有意水準ぎりぎりの値が P-値です．上の例だと，GNP 90 の P-値は 0.000 ですから，有意水準 0.1% でも帰無仮説を棄却できます．

さて，線形モデル（12）の最小二乗推定はうまくいったようですが，弾力性を測るために対数線形モデルを試してみましょう．これは

(13)
$$\log \mathrm{CP}\,90_t = a + b \log \mathrm{GNP}\,90_t + e_t$$

というものです．

```
:_sample 1 63
:_genr LNCP90=log(CP90)
:_genr LNGNP90=log(GNP90)
:_ols LNCP90 LNGNP90 / resid=ADLNCP90 rstat

 R-SQUARE =     .9952      R-SQUARE ADJUSTED =     .9951
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.11874E-03
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =  0.10897E-01
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=  0.72428E-02
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =   12.302
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION =  196.340

VARIABLE   ESTIMATED  STANDARD   T-RATIO        PARTIAL STANDARDIZED ELASTICITY
  NAME    COEFFICIENT  ERROR      61 DF   P-VALUE CORR. COEFFICIENT  AT MEANS
LNGNP90    .93637    0.8350E-02   112.1      .000  .998       9976       9773
CONSTANT   .27929      .1072      2.605      .012  .316      .0000      .0227

DURBIN-WATSON =  .2695    VON NEUMANN RATIO =  .2739    RHO =   .91675
RESIDUAL SUM =  0.24633E-15  RESIDUAL VARIANCE =  0.11874E-03
SUM OF ABSOLUTE ERRORS=    .52740
R-SQUARE BETWEEN OBSERVED AND PREDICTED =  .9952
RUNS TEST.   15 RUNS,    28 POS,     0 ZERO,    35 NEG  NORMAL STATISTIC = -4 4020
```

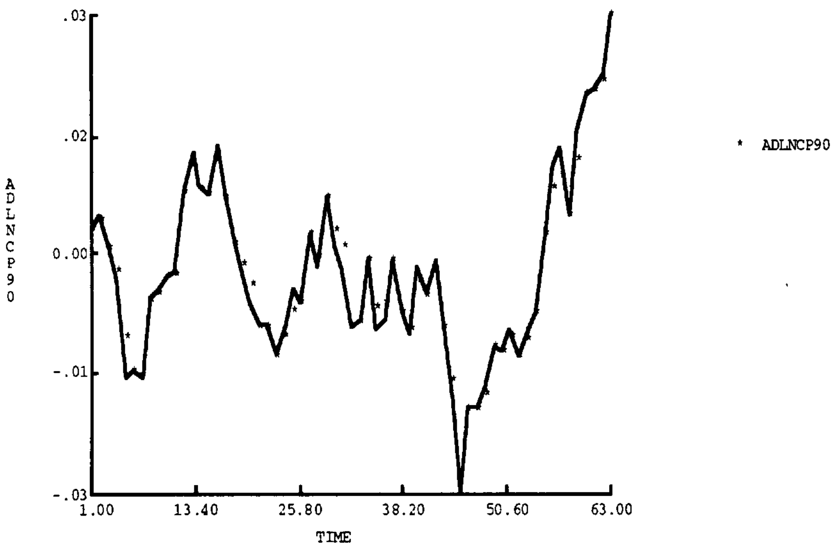
自由度修正済決定係数，係数のP-値ともに満足できるものです．しかし，この推定には一つ問題があります．((12) 式の推定の場合にも実は同じ問題があったのですが……) 残差の系列をプロットしてみましょう．(ols コマンドの resid オプションで，残差系列が ADLNCP 90 という変数に格納されています.)

図―2をみると，残差は一度正（負）になると，次期も正（負）にとどまる傾向を示しています．独立な（あるいはもっと弱く，無相関な）誤差項の仮定が正しければ，このようなシステマティックな動きは見せないはずです．誤差項がたがいに無相関でないとき，系列相関が存在すると言います．図―2のような残差の動きは，正の系列相関が存在する可能性を示しています．誤差項の系列相関の存在を検定する統計量がダービン・ワトソン比です．ダービン・ワトソン比が2よりも小さいと正の系列相関を，2よりも大きいと負の相関の存在が示唆されます．上のアウトプットでは，0.2695 と非常に小さいため，正の系列相関があるものと考えられます．

誤差項に系列相関が存在する場合には，一般化最小二乗法と呼ばれる方法を使って，独立変数の係数と誤差項のダイナミクスのパラメータを推定することができます．これは，本稿の程度を越えるため，また別の機会にしましょう．(上例の場合，auto という SHAZAM コマンドを試してみるとよいでしょう.)

図—2 残差の系列相関

```
:_plot ADLNCP90 / time graphics line
```



4 投資関数の推定 —バブル期ダミー変数の導入—

さて，*IS* 曲線を導くためには消費関数の他に投資関数を推定する必要があります．投資関数は，

$$\mathrm{IP\ 90} = g(\mathrm{GNP\ 90, RINT})$$

という形で表現されるものとします．関数 g は実質 GNP に関して増加関数であり，また利子率に関して減少関数である，というのはマクロ経済学で最初に習うことの一つですが，実際のデータではどうなっているのでしょうか？ まず，次のような最小二乗推定を試してみます．(以下，紙数の都合によりアウトプットの一部を省略します.)

```
:_sample 5 60
:_ols IP90 GNP90 RINT

 R-SQUARE =    .9343     R-SQUARE ADJUSTED =    .9322
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.27204E+08
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =   5215 8
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=  0.16322E+10
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =   81579.
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION = -627.101

VARIABLE   ESTIMATED  STANDARD   T-RATIO        PARTIAL STANDARDIZED ELASTICITY
  NAME    COEFFICIENT   ERROR     60 DF    P-VALUE CORR  COEFFICIENT  AT MEANS
GNP90       35614     0 1393E-01  25.57     0 000  .957     1 1061     1.6668
RINT       3726.1      658.4      5.660     0.000  .590      .2449      2841
CONSTANT  -77570.      8576.     -9 045     0.000 -.760     - 0000     - 9509
```

貸出金利 RINT の係数が正になってしまいました．しかも t-値は 5.660 とかなり大きく，P-値もほとんどゼロです．このアウトプットだけから判断すると，「金利上昇は投資を減少させる」という初等マクロ経済学の命題は，日本経済の場合うまくあてはまっていないようです．実質民間投資と貸出金利の相関係数は負です：

```
:_stat IP90 RINT / pcor

 CORRELATION MATRIX OF VARIABLES -        63 OBSERVATIONS
IP90        1.0000
RINT       -.46806       1.0000
              IP90          RINT
```

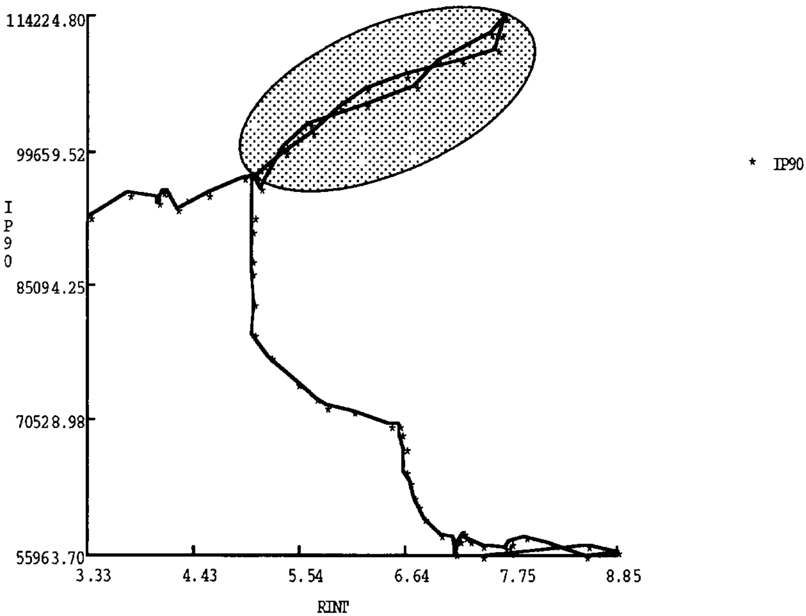
しかし，実質民間投資と貸出金利をプロットしてみると，1987年以降投資額と金利との間に強い正の相関があることがわかります：（図―3参照）

これは，バブル期の特徴のひとつです．理由づけは経済学者に任せることにしましょう．私たちの本来の目的である初等マクロ経済学にもとづくモデリングに固執して，試行錯誤を続けることにします．変数の入れ替えによって思い通りの結果を得る場合があります．投資支出が名目金利ではなく，実質金利の減少関数である，と考えたらどうでしょうか．実質金利は，名目金利一期待物価上昇率と定義されます．投資財価格の上昇が見込まれるときには，高い借金の金利を払っても投資をするでしょう．逆に投資財価格が下落傾向を見せている場合には，現在の投資を手控えることでしょう．

期待物価上昇率は観測できるものではありませんので，何らかの方法で実際に観測される変量から作り上げる必要があります．ここでは単純に当期の

図—3 実質民間投資と全銀貸出約定平均金利
(1980 年第 1 四半期—1995 年第 3 四半期)

```
:_plot IP90 RINT / graphics line
```



GNP デフレータ上昇率で代用することにします. うまくいくかどうかわかりませんが, 試してみることにしましょう.

```
:_sample 2 63
:_genr RPGNP1=(PGNP-lag(PGNP,1))/lag(PGNP,1)*100*4
._genr RRI1=RINT-RPGNP1
:_ols IP90 GNP90 RRI1

 R-SQUARE =     .8971      R-SQUARE ADJUSTED =     .8936
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.42189E+08
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =    6495.3
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=  0.24891E+10
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =    81992.
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION = -630 724

VARIABLE   ESTIMATED  STANDARD   T-RATIO          PARTIAL STANDARDIZED ELASTICIT
  NAME    COEFFICIENT  ERROR      59 DF    P-VALUE CORR. COEFFICIENT  AT MEANS
GNP90       .30634    0.1352E-01   22.66     0.000  .947        .9466     1.4321
RRI1       -189.19     487.9      -.3878      .700 -.050       -.0162     - 0102
CONSTANT   -34591.     5721.      -6.046     0.000 -.618       -.0000     - 4219
```

実質金利の係数の推定値は負になりましたが，P-値は0.70と非常に大きくなっています．これでは，実質金利の係数がゼロであるという仮説を棄却できません．ここには載せていませんが，期待物価上昇率を過去の物価上昇率の加重平均で置き換えた推定をいくつか行いましたが満足のいくものではありませんでした．

投資支出の金利に対する反応が，バブル期と平常期で同じであると仮定するのは少々無理があったようです．バブル期の反応を分離するために次のような変数を用意します：

$$\mathrm{DUMBBL}_t=\begin{cases}1 & t\text{ が 1988 年第 3 四半期から 1992 年第 4 四半期のとき}\\ 0 & \text{それ以外の時}\end{cases}$$

ダミー変数と呼ばれるこの外生変数を用いて，投資関数の形状を次のように仮定しましょう．

$$(14)\qquad \mathrm{IP\,90}_t=a+b_1\,\mathrm{GNP\,90}_t+(b_2+b_3\,\mathrm{DUMBBL}_t)\mathrm{RRI\,1}_t+e_t$$

バブル期には実質金利の係数が b_2+b_3 に，また平常期には b_2 になるわけです．（14）式の推定結果は以下のようになります．

```
:_sample  1 63
:_genr  DUMBBL=
:_sample  35 52
:_genr  DUMBBL=1
:_genr  DRRI1=DUMBBL*RRI1
:_sample  2 63
:_ols  IP90  GNP90  RRI1  DRRI1

 R-SQUARE =     .9617     R-SQUARE ADJUSTED =     .9597
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.15981E+08
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =   3997.6
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=  0.92689E+09
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =   81992.
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION = -600.101

VARIABLE   ESTIMATED  STANDARD   T-RATIO        PARTIAL STANDARDIZED ELASTICIT
  NAME    COEFFICIENT   ERROR     58 DF    P-VALUE CORR. COEFFICIENT  AT MEANS
GNP90       .25575    0.9767E-02   26.19     0.000  .960       .7903    1.1956
RRI1      -710.06      304.9      -2.329      .023 -.292      -.0608    -.0384
DRRI1      2832.7      286.5       9.887     0.000  .792       .3011     .0423
CONSTANT  -16361.      3975.      -4.116     0 000 -.475      -.0000    -.1995
```

有意水準5％ですべてのパラメータに関して，ゼロであるという帰無仮説を棄却できます．ダミー変数の恣意性については議論を残すところですが，とりあえずはうまくいったようです．

弾力性を測るために，次のようなモデルを考えます．

(15)　$\log \mathrm{IP}\,90_t = a + b_1 \log \mathrm{GNP}\,90_t + (b_2 + b_3\,\mathrm{DUMBBL}_t)\mathrm{RRI}\,1_t + e_t$

投資の利子弾力性を $(dI/I)/(dr/r) = d\log I/d\log r$（$I$：投資支出，$r$：利子率）と定義する経済学の教科書が見受けられますが，この定義はよくありません．「〜率」というのは本来，次元をもたない量です．たとえば，円表示の元本に利子率をかけると，円表示の利子が得られるわけです．したがって，「〜率」の変化率というものには意味がありません．利子率の水準が 1% の場合と 10% の場合を考えてみましょう，利子率の「利子率水準」の 10% の変化（利子率が 10% 変化したのではない）というのは，それぞれ 0.1%，1% の利子率の変化を表します．したがって，上述のような弾力性の定義をもって，「利子率のわずかな変化」の結果，投資支出がどのくらい変化するか，を議論するのは少し曖昧です．投資の利子弾力性の定義には，(a)　$(dI/I)/dr = d\log I/dr$ あるいは (b)　$(dI/I)/(dr/(100+r)) = d\log I/d\log(100+r)$ を用いるべきでしょう．式 (15) は (b) の定義を採用しています．バブル期の実質金利弾力性は b_2+b_3 に，また平常期には b_2 になります．推定結果は以下のとおり満足できるものです．

```
._genr LNIP90=log(IP90)
._sample 2 63
._ols LNIP90 LNGNP90 RRI1 DRRI1

 R-SQUARE =     .9659     R-SQUARE ADJUSTED =     .9642
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.22449E-02
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =  0.47381E-01
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=   .13021
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =   11.284
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION =  103.165

VARIABLE   ESTIMATED  STANDARD   T-RATIO        PARTIAL STANDARDIZED ELASTICIT
  NAME    COEFFICIENT   ERROR      58 DF   P-VALUE CORR. COEFFICIENT  AT MEANS
LNGNP90     1.2805    0.4357E-01   29.39    0.000  .968      .8366     1.4575
RRI1     -0.88077E-02 0.3611E-02  -2.439     .018 -.305     -.0600     -.0035
DRRI1     0.28322E-01 0.3397E-02   8.338    0.000  .738      .2395      .0031
CONSTANT  -5.1581       .5594     -9 221    0.000 -.771     -.0000     -.4571
```

5　*LM* 曲線の推定　—多重共線性の問題—

最後に *LM* 曲線を貸出金利決定式として推定します．貨幣需要関数の関数型は，

$$\mathrm{M\,2/PGNP} = h(\mathrm{GNP\,90, RINT, RD})$$

と想定しています．貨幣需要が貨幣供給に等しいとすれば，上式は貨幣市場が均衡するようなGNPと金利の関係を示したもの，つまり*LM*曲線です．これを（11）式のような金利決定式と見なして推定を行います．まず，

$$\mathrm{RINT}_t = a + b_1\,\mathrm{RD}_t + b_2 \log\,(\mathrm{M\,2}_t/\mathrm{PGNP}_t * 100) + b_3 \log \mathrm{GNP\,90}_t + e_t$$

を推定してみましょう．先見的にパラメータの符号は，$b_1>0$，$b_2<0$，$b_3>0$ となるべきです．

```
:_sample 1 63
:_genr LNM2R=log(M2/PGNP*100)
:_ols RINT RD LNM2R LNGNP90

 R-SQUARE =     .9591      R-SQUARE ADJUSTED =     .9570
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.74394E-01
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =    .27275
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=   4.3892
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =    6.2191
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION = -5.47786
```

VARIABLE NAME	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-RATIO 59 DF	P-VALUE	PARTIAL CORR.	STANDARDIZED COEFFICIENT	ELASTICITY AT MEANS
RD	.69913	0.2604E-01	26.85	0.000	.961	.9844	.4782
LNM2R	-0.88899E-01	1.267	-0.7016E-01	944	-.009	-.0179	-.0845
LNGNP90	.20421	1.996	.1023	919	.013	.0257	.4216
CONSTANT	1.1488	18.23	0.6300E-01	.950	.008	0000	.1847

M 2と実質GNPのパラメータが効いていません．これは，バブル期の金利の異常な動きによるものと推測されます．貸出金利と実質GNP，実質M 2の関係を見てみましょう：(図—4，図—5参照)

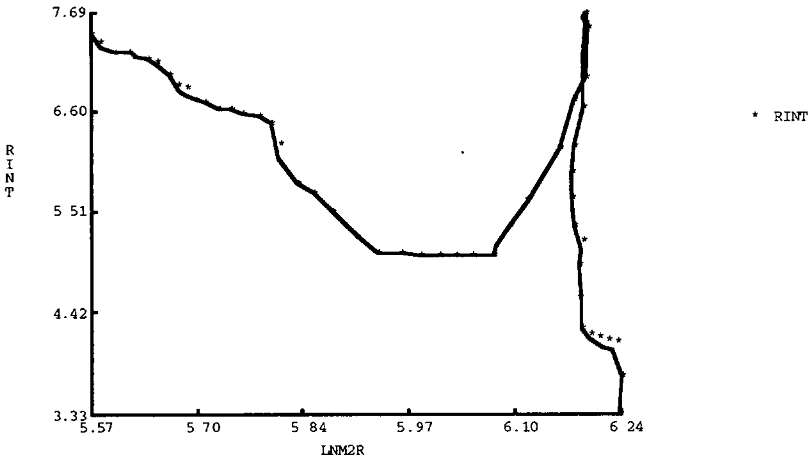
どちらの図からも，はっきりとしたバブル期の正の相関を読み取れます．前節で導入したバブル期ダミー変数を用いて，

$$\mathrm{RINT}_t = a + b_1\,\mathrm{RD}_t + b_2 \log\,(\mathrm{M\,2}_t/\mathrm{PGNP}_t * 100) + b_3 \log \mathrm{GNP\,90}_t + \mathrm{DUMBBL}_t + e_t$$

を推定します：

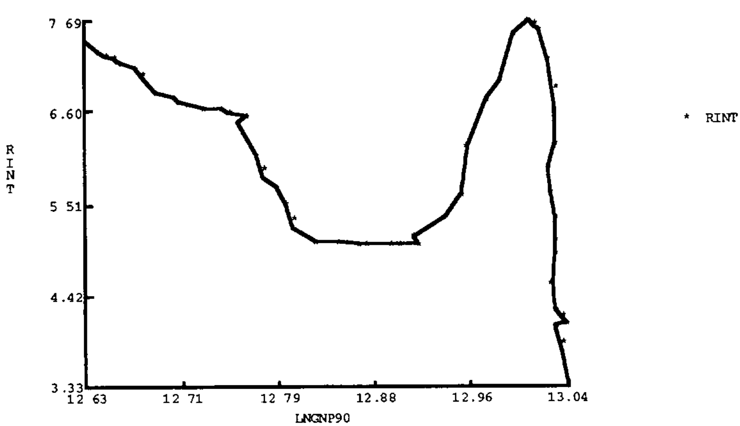
図—4 全銀約定貸出金利と実質 M 2 の対数値

```
_plot RINT LNM2R / graphics line
```



図—5 全銀約定貸出金利と実質 GNP の対数値

```
_plot RINT LNGNP90 / graphics line
```



```
_ols RINT RD LNM2R LNGNP90 DUMBBL

  R-SQUARE =    .9644     R-SQUARE ADJUSTED =    .9619
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.65905E-01
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =   .25672
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=   3.8225
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =   6.2191
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION = -1.12271
```

VARIABLE NAME	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-RATIO 58 DF	P-VALUE	PARTIAL CORR.	STANDARDIZED COEFFICIENT	ELASTICITY AT MEANS
RD	63153	0.3365E-01	18.77	0.000	.927	.8892	4320
LNM2R	-2.3880	1.427	-1.673	.100	-.215	-.4815	-2.2710
LNGNP90	2.8229	2.080	1 357	.180	.175	.3555	5 8279
DUMBBL	.36027	.1229	2.933	.005	.359	.1247	.0166
CONSTANT	-18.691	18.45	-1.013	.315	-.132	-.0000	-3.0055

P-値が少し大きいことを除けば，見た目には概ねよさそうです．しかし，この推定には多重共線性と呼ばれる深刻な問題があります．実質M2の対数（LNM 2R）と実質GNPの対数（LNGNP 90）の相関係数を計算すると，

```
:_stat LNM2R LNGNP90 / pcor

 CORRELATION MATRIX OF VARIABLES -      63 OBSERVATIONS
LNM2R      1.0000
LNGNP90     .99443      1.0000
```

と非常に1に近い値となっていることがわかります．これは，LNM 2RとLNGNP 90がほとんど線形関係にあることを示しています．このような状況では，パラメータ b_2 および b_3 の推定値が非常に不安定になります．たとえば，独立変数 X_1 と X_2 が完全な線形関係 $2X_1=X_2$ にある場合を考えてみましょう．変量 y を X_1 だけに回帰したとき，X_1 の係数の推定値を b^* とします．y を X_1 と X_2 に回帰したとき，任意の k について $(b^*+2k)/3$ と $(b^*-k)/3$ がそれぞれ X_1 と X_2 の係数の推定値となり得ます．つまり，係数の推定値を一意に定めることができなくなるわけです．現実のデータではこのような厳密な線形関係が成り立つことはないので，係数の推定値が定まらないということはありませんが，独立変数間にきわめて線形に近い関係が存在するとき，係数の推定値は信頼のおけないものとなります．

このような多重共線性を避けるために，名目M2と名目GNPの比をとって，

$$\text{(16)}\qquad \mathrm{RINT}_t = a+b_1\,\mathrm{RD}_t+(b_2+b_3\,\mathrm{DUMBBL}_t)\mathrm{M\,2}_t*1000/(\mathrm{PGNP}_t*100*\mathrm{GNP\,90}_t)+e_t$$

を推定してみます．名目M2と名目GNPの比は「マーシャルのk」と呼ばれる量です．マーシャルのkは次元のない変量であるため，対数をとっていません．推定結果は以下の通りです：

```
:_genr MK=M2*1000/(PGNP*GNP90/100)
:_genr DMK=DUMBBL*MK
:_ols RINT RD MK DMK

 R-SQUARE =     .9649      R-SQUARE ADJUSTED =     .9631
VARIANCE OF THE ESTIMATE-SIGMA**2 =  0.63820E-01
STANDARD ERROR OF THE ESTIMATE-SIGMA =   .25263
SUM OF SQUARED ERRORS-SSE=   3.7654
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =   6.2191
LOG OF THE LIKELIHOOD FUNCTION = -.648509

VARIABLE   ESTIMATED  STANDARD   T-RATIO        PARTIAL STANDARDIZED ELASTICITY
  NAME    COEFFICIENT   ERROR     59 DF    P-VALUE CORR. COEFFICIENT  AT MEANS
RD          .62577   0.3260E-01   19.20     0 000  .928       .8811      .4281
MK         -1.9354     .7645     -2.531      .014 -.313     -.1451     -.3074
DMK         .35220     .1123      3.137      .003  .378       .1317      .0175
CONSTANT   5.3602      .8486      6.317     0.000   635       .0000      .8619
```

マーシャルのkに対する貸出金利の限界的反応は，バブル期に－1.58と平常期－1.94の（絶対値で）約20％減少していることがわかります．

6　ファイナル・テストと乗数効果の計測

最後に，推定された連立方程式モデルのパフォーマンス・テストと乗数効果の計測を行います．私たちのモデルをまとめると次のようになります：

$$\mathrm{GNP\,90}_t = \mathrm{CP\,90}_t + \mathrm{IP\,90}_t + \mathrm{IG\,90}_t + \mathrm{OTH\,90}_t$$

$$\log \mathrm{CP\,90}_t = 0.27929 + 0.93637 \log \mathrm{GNP\,90}_t$$

$$\log \mathrm{IP\,90}_t = -5.1582 + 1.2805 \log \mathrm{GNP\,90}_t + (-0.0088077 + 0.028322\,\mathrm{DUMBBL}_t)(\mathrm{RINT}_t - \mathrm{RPGNP}_t)$$

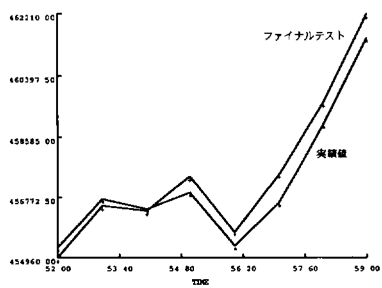
$$\mathrm{RINT}_t = 5.3602 + 0.62577\mathrm{RD}_t + (-1.9354 + 0.35220\mathrm{DUMBBL}_t)\mathrm{MK}_t$$

$$\mathrm{RPGNP}_t = (\mathrm{PGNP}_t - \mathrm{PGNP}_{t-1})/\mathrm{PGNP}_{t-1} * 400$$

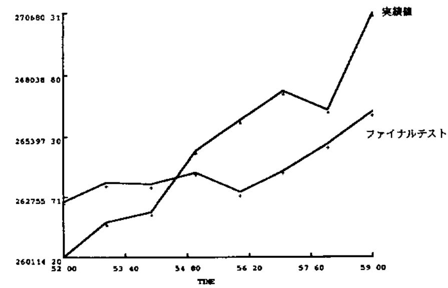
$$\mathrm{MK}_t = \mathrm{M\,2}_t * 1000/(\mathrm{PGNP}_t * \mathrm{GNP\,90}_t/100)$$

GNPデフレータを内生化していないので，動学構造は存在しません．したがって，ファイナル・テストとトータル・テストは全く同じものとなります．図―6から図―9は各内生変数の実績値とファイナル・テストによる内挿値を示したものです．計算には，SHAZAMの非線形連立方程式の推定コマン

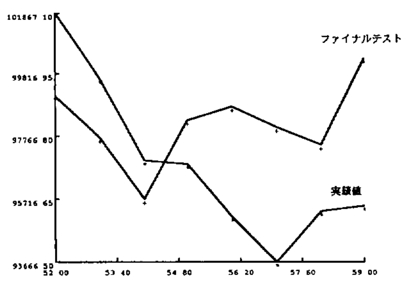
図ー6　実質国民総生産



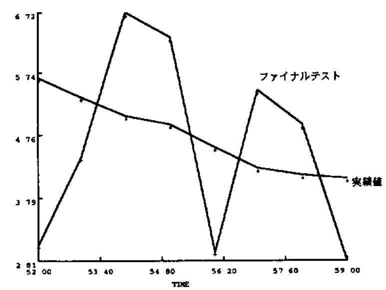
図ー7　実質民間消費支出



図ー8　実質民間投資支出



図ー9　全銀貸出約定平均金利



ド（nl）の solve オプションを用いました．（紙数の都合によりプログラムは省略します.）テスト結果は，比較的モデルが安定している 1992 年第 4 四半期から 1994 年第 3 四半期について外生変数値を与えて，モデルに内生変数値を計算させたものです．金利以外の内生変数については，あてはまりはよくありませんが，大体動きを追っています．金利の内挿値には少し問題がありそうです．図—9 を見ると，過大あるいは過小推定の割合が他の変数に比して非常に大きいことがわかります．

政策シミュレーションを行う際には，各方程式の性質について留意する必要があります．表—1 は，公共投資を実質で 1 兆円追加した場合と公定歩合を 0.5% 引き下げた場合それぞれについて，乗数効果を計算したものです．数値は，各政策に対応する外生変数のみを変化させたときのモデル解とファ

表—1　乗数効果の計測

	公共投資（実質）1兆円追加	公定歩合0.5%引き下げ
実質国民総生産の変化	＋1.19兆円	＋0.23兆円
実質民間消費支出の変化	＋0.64兆円	＋0.12兆円
実質民間投資支出の変化	－0.45兆円	＋0.11兆円
貸出金利の変化	＋0.90%	－0.05%

イナル・テスト解との乖離を，1993年第4四半期から1994年第3四半期について平均したものです．結果を見ると，貸出金利の反応が過剰で，その結果GNPの浮揚効果が少し小さいようです．公共投資1兆円追加の場合，貸出金利は0.9%も上昇しています．マネーサプライを変化させていないため，実質GNPの増加によるマーシャルのkの減少が，貸出金利を過剰に上昇させているのです．その結果，民間投資が抑制されて乗数効果が弱められているわけです．公定歩合0.5%引き下げのケースも同様のことが言えます．貸出金利はもう少し下がってもよさそうですが，マーシャルのkの減少が歯止めをかけています．こうした貸出金利の挙動は，マネーサプライを内生化することによって，ある程度改善することが可能だと思われます．

7　最後に

マクロモデルの本来の目的である経済変量の将来値予測について簡単に述べておきます．予測は，ファイナル・テストと同様に将来の外生変数値を与えてモデルを解くことによって行われます．もっともらしい予測値および政策効果の計測値を得るためには，ファイナル・テストと乗数効果の計測によりモデルの特性を十分に把握しておかなければなりません．

至近時点でのファイナル・テストによる内挿値が実績値から乖離するときには1期先の予測値も同程度の乖離が見込まれます．実践ではこの乖離を軽減するために，定数項修正と呼ばれる方法が用いられます．これは，定義式を除く各方程式に外生変数の付加項を導入して，乖離が少なくなるように付加項の値を恣意的にコントロールしてやるというものです．たとえば，変量

Y の推定式が $Y=f(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ と表される場合，$Y=f(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ ＋ADY のように外生変数 ADY を付け加えます．自明なことですが，すべての付加項の値をそれぞれの方程式の推定残差とすれば，モデルは内挿期間の実績値を完全に再現することができます．動学構造を有するモデルの場合，ファイナル・テストによる内挿値が実績値から次第に乖離する傾向を見せるときには，実績値を完全に再現するような付加項の値を計算し，その動きを外挿することによって予測値の乖離を軽減することができるでしょう．予測者の判断で予測値をあらかじめ決めておいて，その予測値を再現するように付加項の値を決めるということが，現実には頻繁に行われています．こうした過度の定数項修正はちょっと節操がないように思いますが，ある程度は避けられないことでしょう．

最後になりましたが，計量経済モデルは別名「ネコノメトリック・モデル」とも呼ばれています．1本の推定式の入れ替えで予測値や政策効果が「猫の目」のように変化するからです．経済現象の客観的なモデル化が不可能である以上，マクロモデルが語るものは製作者の主張にほかならないということを十分に認識しておくことが肝要です．

[参考文献]

計量経済学の入門的教科書は数多くありますが，[1]，[5]，[8] をあげておきます．[1] を教科書として読む場合には，[6] を併せて参照することをお薦めします．SHAZAM を用いて計量分析を行う場合に，[7] は必携です．[2] は中級の教科書です．線形代数と統計学を学んでから読むとよいでしょう．[3] は実証分析に携わる人のためのヒント・ブックといったところです．中型のマクロモデルを作るときには，[4] が参考になるでしょう．

[1] D. N. Gujarati (1988) *Basic Econometrics*, MacGraw-Hill.

[2] J. ジョンストン（竹内他訳）(1975)『計量経済学の方法（上）（下）』東洋経済新報社.

[3] 刈屋武昭監修・日本銀行調査統計局編（1985）『計量経済分析の基礎と応用』東洋経済新報社.

[4] E. クー，R. シュマレンシー（浜田文雅訳）(1975)『マクロ経済モデル　経

済の予測・政策シミュレーションの入門』マグロウヒル好学社.

[5] 佐和隆光（1974）『数量経済分析の基礎』筑摩書房.

[6] K. J. White and L. T. Bui (1988) *Basic Econometrics : A Computer Handbook Using SHAZAM for Use with Gujarati : Basic Econometrics*, MacGraw-Hill.

[7] K. J. White (1993) *SHAZAM User's Reference Manual Version 7. 0*, MacGraw-Hill.

[8] 山本拓（1995）『計量経済学』新世社.

（一橋大学専任講師）