



MICROECONOMETRICS

連載 ②

順序選択モデル

北村行伸 *Kitamura Yukinobu*

PROFILE

1956年生まれ。慶應義塾大学経済学部卒業、ペンシルバニア大学大学院修士卒、オックスフォード大学大学院博士卒。OECDエコノミスト、日本銀行金融研究所研究員、慶應義塾大学商学部客員助教授を経て、現在、一橋大学経済研究所教授。経済学博士。著書に『パネルデータ分析』（岩波書店）ほか。専門分野：応用計量経済学、マクロ経済学、金融・財政論、公共経済学。

今回は複数の選択肢に順序が付いており、経済変数の変動に応じて選択肢の選択確率が変わってくるケースを考える。これは順序選択モデルと呼ばれており、意識調査などで(1)賛成する、(2)どちらでもない、(3)反対する、などの選択肢が与えられた時に、誰がどのような選択をするかを調べる問題に対応している。

1 はじめに

前回扱った多項選択モデルは複数の選択肢がある場合に、どのように選択されるかを扱うアプローチである。今回は、選択肢に順序が付いており、ほとんどの人がその順序に応じて選択決定をしている場合を扱う。その順序を無視して多項選択モデルとして分析すると、重要な情報を利用しないという意味で、非効率である。

では、具体的にどのように分析するのだろうか。例えば、選択肢が選好に関するものであれば、(1)大変好ましい、(2)好ましい、(3)どちらでもない、(4)好ましくない、(5)大変好ましくない、といった順序付けに対して、個人がどのような選択をしたかという情報を集めることによって、

事後的に個人が(1)–(5)のそれぞれを選択する確率を求め、その選択がある判断(i)から次の判断($i+1$)に変わる閾値を求める。その結果、閾値が4つ決まる。この閾値間の距離によって、選択肢間の親近性などがわかる。また、上のような選好に関する選択問題であれば、順序選択確率関数のパラメータは一致していると考えてもいいかもしれないが、選択肢の性質によっては、明らかに途中で確率関数の形状が変化する場合がある。このような状況にも現在の計量手法は対応できるようになっている。

順序選択問題が簡単には扱えない場合について少し説明しておきたい。例えば、病気にかかった時の対応を考えてみよう。一般的に考えられるのは熱の高さに応じて、(1)薬は使わずに早めに休む、(2)薬を飲んで休む、(3)休暇をとって安静にしている、(4)医者に診てもらう、(5)入院する、というパターンが考えられるが、人によってはすぐに薬を飲む人やすぐに病院に行く人もいれば、かなり調子が悪くても(1)–(2)止まりの人も多いだろう。ここでの問題は(1)–(5)の選択順序が個人によって違うことがあるということ、そして、(5)の入院は、その他の選択肢とは行動

様式として明らかに異なった制約を課するという意味で選択肢が異質であることであろう。

したがって、統計データに順序付けが可能のような項目があったとしても、それが相互に排他的であり、かつ、その順序付けがすべての経済主体によって同一であることを確認せずに、順序選択モデルを当てはめることは危険である。また、順序に応じて与えられている数値は序数的（順序）なものであって、基数的な（絶対的な差に）意味合いはないことにも注意する必要がある。

2 順序選択モデルの考え方

順序選択モデルでは、被説明変数は何らかの序数で表される。便宜上次のように定義しよう。

$$y_i = 1, 2, 3, \dots, J (1 < 2 < 3 < \dots < J)$$

このようなモデルは、順序さえ関係なければ、前回紹介した多項選択モデルを用いて分析することができる。しかし、選択の順序に意味がある場合、それを無視した分析をすることは推定方法としては望ましくない。同様に、これを単なる最小自乗法で推定すると、序数であるにもかかわらず基数として扱うがゆえに、これまた推定方法としては問題がある。

順序選択モデルでは、被説明変数 y_i が次のような連続潜在変数 y_i^* に対応していると考え¹⁾。

$$y_i^* = x_i' \beta + u_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

ここで x は説明変数、 u は誤差項である。

定義により潜在変数は観察できないが、被説明変数 y_i は観察できる。この2つの変数は次のような関係で表されると考えられる。

$$y_i = j \iff x_{j-1} < y_i^* < x_j \quad j = 1, 2, \dots, J$$

この対応関係は閾値メカニズム (threshold mechanism) と呼ばれている。すなわち、 J 個の選択肢は実数を J 個の区間に分割して対応させればよく、区分するためには次のように閾値 $x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_J$ を決める。

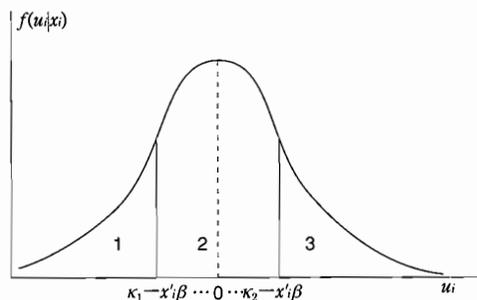
$$y_i = 1 \iff x_0 < y_i^* < x_1 \iff x_0 - x_i' \beta < u_i < x_1 - x_i' \beta$$

$$y_i = 2 \iff x_1 < y_i^* < x_2 \iff x_1 - x_i' \beta < u_i < x_2 - x_i' \beta$$

・
・

$$y_i = J \iff x_{J-1} < y_i^* < x_J \iff x_{J-1} - x_i' \beta <$$

図1 順序選択モデルの閾値



$$u_i < x_j - x_i' \beta$$

ここで、 $x_0 = -\infty$, $x_J = \infty$ 。

具体的には、図1を見ていただきたい。 $J=3$ とすると決定しなければならない閾値は x_1 と x_2 の2つであり、 $y_i=1$ と $y_i=2$ の境界で x_1 が決まり、 $y_i=2$ と $y_i=3$ の境界で x_2 が決まる。図1は誤差項 u_i の密度関数 $f(u_i|x_i)$ を表しているの²⁾、 y_i がある値をとる確率は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \pi_{ij} &= P(y_i = j | x_i) \\ &= F(x_j - x_i' \beta) - F(x_{j-1} - x_i' \beta) \end{aligned}$$

ここで $j=1, 2, 3$, $F(-\infty)=0$, $F(\infty)=1$ 。また閾値を決めるために説明変数には通常定数項は含めない。確率分布関数として正規分布 ($\Phi(u)$) を選べば、順序プロビット・モデルになるし、ロジスティック分布 ($\Lambda(u)$) を選べば、順序ロジット・モデルになる。

すなわち、順序プロビット・モデルでは確率関数は次のように定義される、

$$\begin{aligned} \pi_{ij} &= \Phi\left(\frac{x_j - x_i' \beta}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_{j-1} - x_i' \beta}{\sigma}\right) \\ j &= 1, 2, \dots, J \end{aligned}$$

ここでパラメータ x と β を識別するためには $\sigma=1$ という標準化の仮定をおく必要がある。

順序ロジット・モデルでは確率関数はつぎのように表せる。

$$\begin{aligned} \pi_{ij} &= P(y_i = j | x_i) \\ &= P(y_i \leq j | x_i) - P(y_i \leq j-1 | x_i) \\ &= \Lambda(x_j - x_i' \beta) - \Lambda(x_{j-1} - x_i' \beta) \\ j &= 1, 2, \dots, J \end{aligned}$$

ロジット・モデルで、確率比であるオッズ比 (odds ratio) で説明変数の効果を評価するのと同様に、順序ロジット・モデルでも確率比であるオッズ比を考えることができる。

$$\frac{P(y_i \leq j | x_i)}{P(y_i > j | x_i)} = \exp(x_j - x'_i \beta) = \exp(x_j) \exp(-x'_i \beta)$$

$$\iff \ln \left(\frac{P(y_i \leq j | x_i)}{P(y_i > j | x_i)} \right) = x_j - x'_i \beta_j$$

オッズ比の相対比を次のように表し、比例オッズ・モデル (proportional odds model) と呼ぶ。これは、比例オッズは説明変数 x_i には依存せず、閾値 x_j と x_m のみに依存していることに注意されたい。

$$\frac{P(y_i \leq j | x_i) / P(y_i > j | x_i)}{P(y_i \leq m | x_i) / P(y_i > m | x_i)} = \frac{\exp(x_j)}{\exp(x_m)}$$

以上で定義した確率を掛け合わせた順序選択確率関数は次のように表すことができる。

$$f(y_i | x_i; \beta, x_1, x_2, \dots, x_{j-1}) = (\pi_{i1})^{d_{i1}} (\pi_{i2})^{d_{i2}} \dots (\pi_{ij})^{d_{ij}}$$

$$= \prod_{j=1}^j (\pi_{ij})^{d_{ij}}$$

ここで

$$d_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{選択肢 } j \text{ が選ばれた場合 } (y_i = j) \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

n 人の個人に対する対数尤度関数は次のように定義できる。

$$\log L(\beta, x_1, x_2, \dots, x_{j-1}; y, x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^j d_{ij} \log \pi_{ij}$$

この式に対して最尤法推定を行うことで不偏 (漸近的有効) 推定量を得ることができる。ここで注意しなければならないことは、二項選択モデルや多項選択モデルと同様に、推定パラメータは直接比較できないということである。直感的に言えば、順序ロジット・モデルも非線形の確率分布に従っていて、その曲率が違うので説明変数 x_i の平均値で評価したパラメータを比較することはできないということである。

また、説明変数の限界的な変化 Δx_{ii} に対して、閾値が変化する。すなわち、 $x_j - x'_{ii} \beta - \Delta x'_{ii} \beta$ となり、各主体が事前にどのポジションにいるかで順序選択確率の限界効果 (MPE) が異なってくるので、評価の仕方には工夫が必要である。

$$MPE_{ijl} = \frac{\partial \pi_{ij}}{\partial x_{ii}} = [f(x_j - x'_i \beta) - f(x_{j-1} - x'_i \beta)] \beta_l$$

これまでの説明で明らかのように、順序選択モデルでは、各主体の選択結果に対して、共通のパラメータ β と $J-1$ 本の閾値 x_j を求めることを目的としてきた。これは、求めるべき閾値 x_j は変動を許し、パラメータ β は共通になるように制約をかけて最尤法推定することを意味している。得られる式は閾値がちがう $J-1$ 本の形状が一致

し平行に並ぶ式である。その結果、2つの限界効果の比率を表した相対限界効果は j にも x_i にも依存せず一定となる。

$$\frac{MPE_{ijl}}{MPE_{iml}} = \frac{\beta_l}{\beta_m}$$

現実には β は j の値に応じて違っている場合もあるように思われるが、ここでは強い制約をかけて等しいとしている。これは本来、実証すべき問題である。また、MPEの符号条件は負から正へ、あるいは正から負へ単調に変化し、符号が変化した後再び元の符号に戻ることは、事前に仮定により排除されている。しかし、これも現実のデータでは起こりうることであり、実証して検討すべき問題である。次節ではこれらの問題を取り込んだ一般化した順序選択モデルについて考える。

3 一般化順序選択モデルへの拡張

一般化順序選択モデルではパラメータ β_j と閾値 x_j が j に応じて変化することを許すことで、共通パラメータ β の制約を外すことができる。その意味で一般化順序選択モデルと呼ばれている³⁾。基本的な考え方は個人の閾値 x_{ij} が説明変数 x_i に応じて変動するというものである。

$$x_{ij} = \bar{x}_j + x'_i \gamma_j \quad j=1, 2, \dots, J$$

これを先の確率関数の x_j に代入すると次のようになる。

$$\pi_{ij} = F(\bar{x}_j + x'_i \gamma_j - x'_i \beta) - F(\bar{x}_{j-1} + x'_i \gamma_{j-1} - x'_i \beta)$$

$$= F(\bar{x}_j - x'_i \beta_j) - F(\bar{x}_{j-1} - x'_i \beta_{j-1})$$

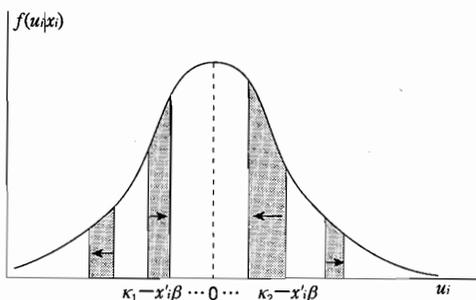
ここで $\beta_j = \beta - \gamma_j$ である。ここでは β と γ_j を分離して識別することはできないことに注意されたい。

この確率関数を用いて順序選択確率関数を最尤法推定することで、 j に応じたパラメータ β_j と閾値 x_j が推定できる。先ほどと同様に、確率分布関数として正規分布を選べば、一般化順序プロビット・モデルになるし、ロジスティック分布を選べば、一般化順序ロジット・モデルになる⁴⁾。

先に述べたように、パラメータ β_j が j に関わらず共通であるかどうかは実証すべき問題であり、それには検定テストを行う必要がある。

Long (1997, pp.140-145) では2つの検定が提示されている。一つはスコア・テスト (Score Test) と呼ばれているもので、パラメータに次

図2 一般化順序選択モデルにおける確率変化



のような制約をかけたモデルとかけていないモデルの対数尤度比を検定するものである。

$$\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_{j-1} = \beta$$

よく知られているように尤度比検定は自由度が $K(J-2)$ のカイ二乗分布に従うことを用いる⁵⁾。ここで K は説明変数の個数である。

もう一つの検定は Brant (1990) に基づくもので、パラメータ β_j がすべての j に対して一致している必要はなく、一部の j に関してはパラメータが共通で、他の j に関してはパラメータは一致しないという部分的並列を認めるような検定が考えられる。これはワルド・テスト (Wald Test) を用いて検定できる。

検定の結果、パラメータ β_j が一致しないことがわかれば、図2より明らかなように、閾値は説明変数の限界的变化 $\Delta x_{it}\beta_{jt}$ に対して、それぞれ違った変化をし、その方向も正負いずれにも動くことになる。また、相対限界効果も以下の式からも明らかなように、一定ではなく、変動するようになる。

$$\frac{MPE_{ijt}}{MPE_{ijm}} = \frac{f(\bar{x}_j - x'_i\beta_j)\beta_{jt} - f(\bar{x}_{j-1} - x'_i\beta_{j-1})\beta_{j-1t}}{f(\bar{x}_j - x'_i\beta_j)\beta_{jm} - f(\bar{x}_{j-1} - x'_i\beta_{j-1})\beta_{j-1m}}$$

もちろん、パラメータ β_j および閾値 x_j が自由に動くということは、推定結果の解釈も複雑になり、その背後にある、経済行動に関して、さらに多様な説明が求められることになる。

4 年金投資選択問題への応用

ここでは、順序選択モデルを、Papke (1998) で論じられた確定拠出型年金におけるポートフォリオ選択問題へ適用してみよう⁶⁾。

年金は一般に公的年金と企業年金、個人年金に

分かれており、企業年金も厚生年金や共済年金など企業・自治体が加入している公的年金部分と、さらにそれに加えて提供している、いわゆる3階部分の私的年金がある。ここで問題になっているのは、この3階部分の企業年金に関する選択である。この企業年金は、これまで、一定期間の積み立てをすれば受け取り年金額が確定している確定給付型年金が主流であったが、企業が確定給付を保証することによる財務リスクが高まるにつれて、個人が投資選択を行い、結果として得られる給付は投資成績に応じて決まる確定拠出型年金への移行が進んでいる。アメリカおよび日本では、確定拠出型年金プランとして401(k)プランやそれに類する年金プランが導入されてきている。このような動きを背景に、個人が確定拠出年金の投資先を決める場合、どのような決定をするのかを、マイクロ統計データを用いて分析してみようというのが本節の主たる意図である⁷⁾。

もう一つの関心事としては、アメリカの金融データを歴史的に分析すると、過去100年で見る限り、株式投資の収益率が国債投資の収益率よりも平均6%は高かったことが知られている。それにもかかわらず、国債投資に向かうからには、よほど高い株式投資に対するリスク・プレミアム (エクイティー・プレミアム) があり、それは個人投資家の異常に高い危険回避度を反映しているに違いないが、それほど高い危険回避度は見いだせないというパズルが Mehra and Prescott (1985) によって提示されている。その後 Weil (1989) らが研究を続けているが、このパズルへの解法として Kocherlakota (1996) が提示しているのは、(1) 取引コストが国債投資の方が格段に安いということ、(2) 危険回避度が実際に非常に高いという可能性を挙げている。しかし、このパズルに対する決定的な答えは与えられておらず、さらに多方面から実証的に分析する必要があるということも研究の理由に挙げられよう。

さらに、近年、アメリカでは企業年金プランでほとんどの年金を自社株投資で運用していたところ、企業が倒産して、企業年金の大半を失った労働者などが続出し、長期的なバランスのとれた年金投資戦略に関する教育の重要性が指摘されるようになってきている。実際にどのような対象にどのような教育を行えば良いのかはまだ手探りの状

表1 OLS、順序プロビット、順序ロジット、推定

Dependent variable: pctstock	OLS		Ordered Probit		Ordered Logit	
	係数	t値	係数	z値	係数	z値
female	4.399	0.58	0.138	0.63	0.213	0.59
married	4.306	0.53	0.118	0.49	0.154	0.39
age	-1.566	-1.92	-0.049	-1.94	-0.086	-2.15
educ	0.595	0.48	0.021	0.60	0.042	0.72
choice	12.847	1.97	0.391	2.12	0.613	1.95
years in pension plan	0.203	0.58	0.006	0.60	0.011	0.63
profit-sharing plan (=1)	14.168	1.89	0.430	1.74	0.692	1.82
15000<family inc<=25000	-13.947	-0.96	-0.458	-0.94	-0.777	-1.05
25000<family inc<=35000	0.253	0.02	-0.019	-0.04	-0.016	-0.02
35000<family inc<=50000	-2.922	-0.20	-0.117	-0.25	-0.188	-0.25
50000<family inc<=75000	-13.874	-0.84	-0.464	-0.92	-0.846	-1.04
75000<family inc<=100,000	-2.980	-0.18	-0.125	-0.25	-0.249	-0.31
100,000<family inc	-28.123	-1.47	-0.874	-1.65	-1.372	-1.48
net wealth in 1989	0.001	0.04	0.000	-0.03	0.000	-0.01
black	4.419	0.44	0.110	0.43	0.152	0.33
stock in 1989 (=1)	7.182	1.03	0.228	1.07	0.398	1.17
IRA in 1989 (=1)	-8.336	-1.25	-0.245	-1.36	-0.403	-1.29
_cons	124.621	2.17	-	-	-	-
cut1 (κ_1)	-	-	-2.863	-6.275	-4.993	-10.488
cut2 (κ_2)	-	-	-1.848	-5.242	-3.325	-8.792
Number of Obs	191		191		191	
Adj R-squared	0.027					
Root MSE	39.492					
Wald chi2(17)			28.84			
Log-likelihood value			-197.622		-197.582	
LR chi2(17)					23.55	

態である。マイクロ統計データを用いて、家計属性を分析することで、投資傾向や保有している年金プランがわかれば、年金投資教育の対策の一助となることが期待できる。

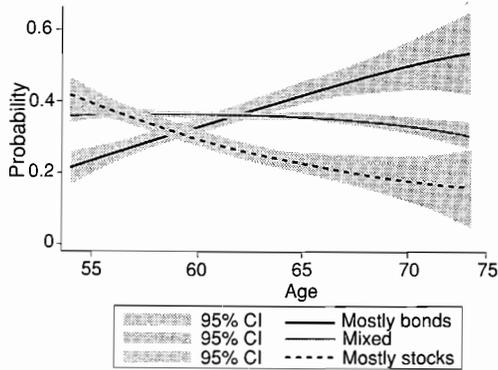
具体的には個人が確定拠出年金の投資先を選ぶ権利が与えられた時に、(1) ほとんどすべてを国債で運用する (Mostly bonds)、(2) 国債と株式の混合で運用する (Mixed)、(3) ほとんどすべてを株式で運用する (Mostly stocks)、の3つの選択肢があるとすると、個人は (1) (2) (3) の順あるいはその逆順で選択を行うと考えられる。その選択を決定するメカニズムを探ってみよう。

データはアメリカ連邦政府統計局の1992 National Longitudinal Survey (NLS) of Mature Women に基づいている。このパネル調査は1967年に5,083人の30-44歳の女性を対象に始まり、1992年時点では53-73歳の女性3,094人の標本が残っている。年金契約の主体が夫の場合も含まれる⁸⁾。ここでは確定拠出型年金に加入し、さ

らに年金投資に関する質問に答えている家計に限定している (最終的なサンプルは191件)。年金契約残高の平均は27,830ドルであり、被雇用者の平均保険料率は所得の4.68%を占めている。被説明変数 (pctstock) は3つの選択肢 (1) ほとんどすべてを国債で運用する、(2) 国債と株式の混合で運用する、(3) ほとんどすべてを株式で運用する、に対して、それぞれ0、50、100の数値を付与したものを使う。

説明変数の定義はつぎの通りである。female は年金契約者が女性の場合1となるダミー変数 (平均0.60)、married は既婚者であれば1をとるダミー変数 (平均0.73)、age は回答者の年齢 (平均60歳)、educ は教育を受けた年数 (分布8-18年、平均13年)、choice は投資先を選ぶことができる年金プランであれば1をとるダミー変数 (平均0.62)、years in pension plan は年金契約年数 (分布0-45年、平均11年)、profit-sharing plan は雇用主側の保険料の一部が企業利益に応

図3 年金投資選択確率と年齢の関係



じて決まるタイプの年金プランであり、これに該当すれば1をとるダミー変数(平均0.21)、family inc は家計総所得であり、6つのカテゴリーに分類されるダミー変数として扱われる。net wealth in 1989 は1989年に保有している純資産総額を1,000ドル単位で表示したもの(平均198,000ドル)、black はアフリカ系であれば1をとるダミー変数(平均0.12)、stock in 1989 は1989年に株式を保有していれば1をとるダミー変数(平均0.32)、IRA in 1989は1989年時点でIRA(Individual Retirement Account)を保有していれば1をとるダミー変数(平均0.5)を表している。

Papke(1998)は被説明変数(pctstock)である(1)(2)(3)に対して0、50、100という数値を当てはめ、それをいくつかの変数で説明するという線形回帰分析(OLS推定)を行い、順序選択モデルを推定している訳ではない⁹⁾。

表1ではOLS、順序プロビット、順序ロジットの結果が報告されている。OLSの結果はPapke(1998)の表1の回帰結果(iii)とほぼ一致している。すなわち、女性ダミー、既婚ダミー、教育年数、年金契約年数、純総資産、アフリカ系ダミーなどはほとんど有意ではなく、年齢は1歳増加する毎に1.6%程度、株式投資の確率が低下していくことを意味している。ただし、これは、年金プランにおける株式運用の比率をどうするかという話であり、株式を他で所有している富裕高齢者の株式保有比率全体についての話ではないことに注意すべきである。

図3は年金投資選択確率と年齢の関係をプロッ

トしたものである。明らかに年を取るにつれて国債投資の確率が上昇し、株式投資の確率が低下していることが見て取れる。投資先を選ぶchoice変数は、この選択肢が与えられれば13%程度、株式投資の確率が高まると考えられる。profit-sharing planでは14%が株式投資確率が高まることを意味している。家計総所得はそれほど有意ではないが、年収10万ドルを超えるカテゴリーでは株式投資を28%引き下げるという結果になっている。一般には高所得者ほど株式投資の比率が高いと考えられていることに反する結果かもしれないが、先に触れたように、これは年金プランにおける株式投資確率の選択問題であり、他で株式運用をしていれば、年金における株式比率を下げようとするという行動もそれほど不思議ではないと考えられる。この点を補強する意味でstock in 1989を見ると、7%程度、株式投資確率を高めていることがわかる。Papke(1998)ではこの変数を家計における株式投資選好の指標と捉えている。IRA in 1989は8%程度、株式投資確率を引き下げる効果があることを示している。表1に含まれている順序プロビット、順序ロジット推定の結果はパラメータの有意性や符号はOLS推定の結果と一致しているが、係数の直接的な解釈は難しい¹⁰⁾。また、順序プロビットと順序ロジットのパラメータの違いも大きい。実践的なアドバイスとしては、表1のように順序プロビットや順序ロジットの推定結果と並べてOLS推定の結果も併記しておく解釈が可能になる¹¹⁾。

表2では3節で論じた一般化順序ロジット推定を行った。ここでは(1)ほとんどすべてを国債で運用する投資、(2)国債と株式の混合で運用する投資に関してパラメータ β_i に関して共通するという制約を課した推計と課さない推計を行い、これに対してワルド・テストを行った。その結果、パラメータが共通であるという帰無仮説が棄却できず、制約付きの推定が選択された。このパラメータ β_j は表1の順序ロジット推定の結果と同じである。また、閾値 x_j は表2の制約付き推定の定数項の逆符号となっていることにも注意されたい。すなわち、通常用いられている順序ロジット推定は一般化順序ロジット推定で係数制約が付いたものと同値である。

多くの実証分析では係数制約が満たされず、各

表2 一般化順序ロジット推定

Dependent variable: pctstock	Generalized Ordered Logit							
	Constrained				Unconstrained			
	Mostly bonds		Mixed		Mostly bonds		Mixed	
	係数	z値	係数	z値	係数	z値	係数	z値
female	0.213	0.59	0.213	0.59	0.477	1.04	0.008	0.02
married	0.154	0.39	0.154	0.39	0.164	0.32	-0.212	-0.42
age	-0.086	-2.15	-0.086	-2.15	-0.120	-2.34	-0.051	-1.05
educ	0.042	0.72	0.042	0.72	0.063	0.80	-0.028	-0.35
choice	0.613	1.95	0.613	1.95	1.069	2.75	0.184	0.46
years in pension plan	0.011	0.63	0.011	0.63	0.034	1.49	-0.009	-0.46
profit-sharing plan (=1)	0.692	1.82	0.692	1.82	-0.330	-0.72	1.312	2.87
15000<family inc<=25000	-0.777	-1.05	-0.777	-1.05	-0.468	-0.55	-0.935	-1.12
25000<family inc<=35000	-0.016	-0.02	-0.016	-0.02	0.378	0.43	-0.380	-0.46
35000<family inc<=50000	-0.188	-0.25	-0.188	-0.25	1.085	1.19	-1.022	-1.21
50000<family inc<=75000	-0.846	-1.04	-0.846	-1.04	-0.201	-0.20	-1.269	-1.33
75000<family inc<=100,000	-0.249	-0.31	-0.249	-0.31	0.668	0.67	-0.649	-0.70
100,000<family inc	-1.372	-1.48	-1.372	-1.48	-0.332	-0.30	-15.226	-0.02
net wealth in 1989	0.000	-0.01	0.000	-0.01	-0.001	-0.62	0.001	0.87
black	0.152	0.33	0.152	0.33	0.212	0.35	0.260	0.45
stock in 1989 (=1)	0.398	1.17	0.398	1.17	0.589	1.40	0.072	0.16
IRA in 1989 (=1)	-0.403	-1.29	-0.403	-1.29	-0.626	-1.58	-0.197	-0.51
_cons	4.993	1.78	3.325	1.19	5.720	1.68	3.225	0.96
Number of Obs			191				191	
Pseudo R2			0.056				0.139	
Root MSE								
Wald chi2(17)			23.55					
Log-likelihood value			-197.582				-180.291	
LR chi2(34)							58.13	
Wald test of parallel-lines assumptions chi2(12)					7.360			
Prb>chi2					0.833			

選択肢毎に推定を行った方が望ましいという結果になっている。実証研究の方法としては、事前に係数制約を課した順序選択モデルではなく、一般化順序選択モデルで推定し、データから適切な推定式を決めていくことが望ましい。

5 おわりに

今回は選択肢に順序が付いているモデルの推定方法とその選択方法に関して論じた。ここで扱っているモデルは誰からもその順序付けが受け入れられ、ある一時点でのクロスセクション・データを使い、事後的にそれぞれの選択肢を選んだ人の属性がわかれば、それを選ぶかどうかの閾値を決めることができる。この閾値を導くためには、順序付けが一定で、すべての経済主体が下から順に選択を行うことが必要になる。

もちろん、パネルデータで同一個人が経時的に

順序選択を行う場合は、閾値が個々人で異なるようになり、クロスセクションデータのように同一時点での事後的な分類ができないために状況が極めて複雑になる。実際、パネルデータ順序ロジット・モデル、パネルデータ順序プロビット・モデルなどに関しては現在、実用可能な理論が開発されつつあるが、まだ現状では実用化はされていない。

順序選択モデルの拡張として選択肢が時間の変化に応じて出現する逐次 (sequential) モデルや所得階級など一定の幅をもって表現されたインターバル・データの扱いに関しては Winkelmann and Boes (2005, pp. 194-201) 等を参照してほしい。

注

- 1) 本節の説明は主としてWinkelmann and Boes (2005, pp. 174-187) の数学的表現を踏襲している。
- 2) $F(u)$ は累積密度関数あるいは分布関数を指す。すなわち、 $f(u)=dF(u)/du$ である。
- 3) このアプローチに関してはWilliams (2006)、Long (1997) などを参照。本節ではWinkelmann and Boes (2005, pp.188-190) の数学的表現を踏襲している。
- 4) Williams (2006) が書いたStata programのgologit2を用いることで、一般化順序ロジット・モデルが容易に推計できる。このStataコードはRichard Williamsによって個人的に提供されているもので、Stataのコマンドの中でfindit gologit2とタイプすれば、ダウンロード可能なファイルが自動的に提示されるので、それをインストールすればよい。
- 5) 実際には尤度比検定を任意の2本の式のペアに対して適用していけば、グループ分けをすることができる。
- 6) Papke (1998) で用いられたデータの一部はWooldridgeのホームページで公開されており、本節の実証でもそのデータ(PENSION.RAW)を利用していただいた。Wooldridge (2003, pp.504-508) も参照。
- 7) 関連した研究はPapke (2004)、Poterba et. al. (2005, 2006) 等多数ある。
- 8) 男性単身者は含まれていない。また、夫の年金プランに対する妻の回答には情報誤差が含まれている可能性もある。
- 9) Papke (1998, p.213) は、順序選択モデルを用いることが適切であることは認識しているが、結果の解釈が線型モデルの方がはるかに容易であるという理由でOLS推定を行っている。
- 10) 特定の変数の効果を見る場合、具体的に整合的な数値を他の説明変数に当てはめた上で、関心のある変数だけを変動させ選択確率の変化を求め、それをその変数の変動効果として求める必要がある。
- 11) もちろん、本来、非線形モデルを線形推定していることで結果にバイアスが含まれていることには注意を要する。

参考文献

- [1] 北村行伸 (2005) 『パネルデータ分析』、岩波書店。
- [2] Brant, R. (1990) "Assessing Proportionality in The Proportional Odds Model for Ordinal Logistic Regression", *Biometrics*, 46(4), pp. 1171-1178.
- [3] Cameron, A. C. and Trivedi, P. K. (2005) *Mi-*

croeconometrics: Methods and Applications, Cambridge University Press.

- [4] Hensher, David A., Rose, John M. and Greene, William H. (2005) *Applied Choice Analysis*, Cambridge University Press.
- [5] Kocherlakota, Narayana R. (1996) "The Equity Premium: It's Still a Puzzle," *Journal of Economic Literature*, 34, pp.42-71.
- [6] Long, J. Scott. (1997) *Regression Models for Categorical and Limited Dependent Variables*, SAGE Publications.
- [7] Long, J. Scott. and Freese, Jeremy. (2006) *Regression Models for Categorical Dependent Variables Using Stata*, 2nd ed., Stata Press.
- [8] Mehra, Rajnish and Prescott, Edward C. (1985) "The Equity Premium: A Puzzle," *Journal of Monetary Economics*, 15(2), pp.145-161.
- [9] Papke, Leslie, E. (1998) "How Are Participants Investing Their Accounts in Participants Directed Individual Account Pension Plans," *American Economic Review*, 88(2), pp.212-216.
- [10] Papke, Leslie, E. (2004) "Choice and Other Determinants of Employee Contributions to Defined Contribution Plans," *Social Security Bulletin*, 65(2), pp.59-68.
- [11] Poterba, James., Rauh, Joshua., Venti, Steven., and Wise, David. (2005) "Lifecycle Asset Allocation Strategies and The Distribution of 401(k) Retirement Wealth," The MIT, mimeo.
- [12] Poterba, James., Rauh, Joshua., Venti, Steven., and Wise, David. (2006) "Defined Contribution Plans, Defined Benefit Plans and The Accumulation of Retirement Wealth," The MIT, mimeo.
- [13] Singer, Judith D. and Willett, John B. (2003) *Applied Longitudinal Data Analysis*, Oxford University Press.
- [14] Weil, Philippe. (1989) "The Equity Premium Puzzle and The Risk-Free Rate Puzzle," *Journal of Monetary Economics*, 24, pp.401-421.
- [15] Williams, Ricahrd. (2006) "Generalized Ordered Logit/Partial Proportional Odds Models for Ordinal Dependent Variables," *The Stata Journal*, 6(1), pp.58-82. A pre-publication version is available at <http://www.nd.edu/~rwilliam/gologit2.pdf>
- [16] Winkelmann, Rainer and Boes, Stefan. (2005) *Analysis of Microdata*, Springer.
- [17] Wooldridge, Jeffrey. M. (2003) *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, The MIT Press.