

非定常な動学的パネル分析

早川和彦・千木良弘朗・山本拓

本稿では非定常パネルモデルの近年の計量理論の発展をサーベイする。非定常時系列モデルは1980年代から膨大な量の理論的・実証的研究が行われてきているのに対し、非定常パネルモデルの研究が本格的に始まったのは1990年代後半に入ってからであり、現在も非常に活発に研究が行われている。本稿では各トピックの代表的な研究を中心に解説し、それに付随する研究を紹介していく。

1. はじめに

本稿では非定常パネルデータの計量理論の最近の展開についてサーベイする。非定常パネルデータの分析は近年の計量経済学の中でもホットなテーマであり、非常に多くの研究が行われている。紙幅の関係と研究の進展の速さからそれらを全て網羅することは不可能であるため、本稿では各トピックの代表的な文献を中心にサーベイし、それと関係する文献を紹介する。特に、Hurlin and Mignon(2006)、Choi(2006a)に倣って、(1)クロスセクションが独立な場合と、(2)クロスセクション間に相関がある場合に分けて、単位根検定・定常性検定・共和分モデルの推定と検定を議論していく¹⁾。

非定常パネル分析のサーベイ論文にはBanerjee(1999)、Baltagi and Kao(2000)、Choi(2006a)、Breitung and Pesaran(2007)、Hurlin and Mignon(2006)、Barbieri(2006d)、Barbieri(2006b)などがあるが、本稿ではこれらの文献を参考にしつつ、これらの文献に紹介されていない新しい研究の紹介も行う²⁾。

第2節ではクロスセクション間が独立な場合の単位根検定、定常性検定、共和分モデルの推定と検定を議論する。第3節ではクロスセクション間に相関を許した場合の単位根検定、定常性検定、共和分モデルの推定と検定を議論する。最後に4節では本稿のまとめと今後の展望を述べて結論とする。

2. クロスセクションが独立なモデル

2.1 単位根検定

単位根検定はDickey and Fuller(1979)の研究以来、非常に多くの理論的研究が行われ、現在では実証分析を行う際の標準的なツールになっている。しかしながら、パネルデータを用いた単位根検定の研究は比較的新しく、ほとんどの研究が90年代以降のものであるが、先駆的な研究としては例えば、Bhargava, Franzini and Narendranathan(1982)、Boumahdi and Thomas(1991)、Levin and Lin(1992)、Breitung and Meyer(1994)、Quah(1994)などがある。時系列データを用いた単位根検定の検出力はあまり高くないことが知られているが、その問題をクロスセクションのサンプルを集めたパネルデータを使うことによって克服しようという考えがこれらの研究の根底にある。本節では、特にクロスセクションが独立なパネルデータの単位根検定の代表的な研究を紹介していく。

代表的なパネルデータの単位根検定はLevin, Lin and Chu(2002)のLLC検定、Im, Pesaran and Shin(2003)のIPS検定である。彼らは次のようなモデルを考えている。

定数項モデル：

$$\Delta y_{it} = \rho_i y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{k_i} \varphi_{ij} \Delta y_{i,t-j} + \mu_i + u_{it} \quad (1)$$

トレンドモデル：

$$\Delta y_{it} = \rho_i y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{k_i} \varphi_{ij} \Delta y_{i,t-j} + \mu_i + \beta_i t + u_{it},$$

(2)

ここで, $i=1, \dots, N$; $t=k_i+2, \dots, T$ で, $u_{it} \sim iid(0, \sigma_u^2)$ とする. このモデルを時間に関して stack して行列表示すると次のようになる.

$$\Delta y_i = \rho y_{i,-1} + Q_i \gamma_i + u_i \quad (i=1, \dots, N)$$

$$\Delta y_i = \rho y_{i,-1} + \dot{Q}_i \delta_i + u_i \quad (i=1, \dots, N)$$

ただし, $\Delta y_i = [\Delta y_{i,k_i+2}, \dots, \Delta y_{i,T}]'$,

$$y_{i,-1} = [y_{i,k_i+2-1}, \dots, y_{i,T-1}]',$$

$$Q_i = (\iota_T, \Delta y_{i,-1}, \Delta y_{i,-2}, \dots, \Delta y_{i,-k_i}),$$

$$\dot{Q}_i = (\iota_T, \tau_T, \Delta y_{i,-1}, \Delta y_{i,-2}, \dots, \Delta y_{i,-k_i}),$$

$\iota_T = [1, \dots, 1]'$, $\tau_T = [k_i+2, \dots, T]'$, $\Delta y_{i,-j} = [\Delta y_{i,k_i+2-j}, \dots, \Delta y_{i,T-j}]'$ for $(j=1, \dots, k_i)$, $\gamma_i = (\mu_i, \varphi_{i1}, \dots, \varphi_{iki})'$, $\delta_i = (\mu_i, \beta_i, \varphi_{i1}, \dots, \varphi_{iki})'$ である.

モデル(1)と(2)の違いはトレンド項を含めるかどうかだけであるので, これ以降は基本的に定数項モデル(1)を中心に考える.

単位根検定の帰無仮説としては, 以下を考える.

$$H_0: \rho_i = 0 \quad \text{for all } i. \quad (\text{単位根が存在})$$

以下で見るように LLC 検定と IPS 検定では対立仮説の設定の仕方に違いがある.

2.1.1 LLC 検定と IPS 検定

LLC 検定 LLC 検定では次のような対立仮説を考えている.

$$H_{1a}: \rho_i = \rho < 0 \quad \text{for all } i.$$

モデル(1)の各 i ごとの OLS 推定量を次のように表す.

$$\hat{\rho}_i = \frac{y'_{i,-1} M_{Q_i} \Delta y_i}{y'_{i,-1} M_{Q_i} y_{i,-1}}$$

ここで, $M_{Q_i} = I - Q_i(Q_i'Q_i)^{-1}Q_i'$ である. T は十分大きいと想定されているので, 個別効果 μ_i は定数項をモデルに含めて各 i ごとの OLS で取り除く. この推定結果を用いて, 各 i の攪乱項の分散の推定値を求めると, 次のようになる.

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{(M_{Q_i} \Delta y_i - \hat{\rho}_i M_{Q_i} y_{i,-1})' (M_{Q_i} \Delta y_i - \hat{\rho}_i M_{Q_i} y_{i,-1})}{T - k_i - 1}$$

この分散で修正した, ρ の pooled OLS 推定値は以下のようになる.

$$\hat{\rho}_{NT} = \frac{\sum_{i=1}^N y'_{i,-1} M_{Q_i} \Delta y_i / \hat{\sigma}_i^2}{\sum_{i=1}^N y'_{i,-1} M_{Q_i} y_{i,-1} / \hat{\sigma}_i^2}$$

これより t 統計量は次のように表される.

$$t_{NT} = \frac{\hat{\rho}_{NT}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{NT}^2 (\sum_{i=1}^N y'_{i,-1} M_{Q_i} y_{i,-1} / \hat{\sigma}_i^2)^{-1}}}$$

ただし,

$$\hat{\sigma}_{NT}^2 = \frac{1}{N(T - \bar{k} - 1)}$$

$$\times \sum_{i=1}^N$$

$$\frac{(M_{Q_i} \Delta y_i - \hat{\rho}_{NT} M_{Q_i} y_{i,-1})' (M_{Q_i} \Delta y_i - \hat{\rho}_{NT} M_{Q_i} y_{i,-1})}{\hat{\sigma}_i^2}$$

$\bar{k}$ は k_i の平均である. ここで, t_{NT} を次のように書き直す.

$$t_{NT} = \frac{\sum_{i=1}^N s_i y'_{i,-1} M_{Q_i} \Delta y_i / \hat{\sigma}_i^2}{\sqrt{\hat{\sigma}_{NT}^2 \sum_{i=1}^N s_i y'_{i,-1} M_{Q_i} y_{i,-1} / \hat{\sigma}_i^2}}$$

t_{NT} の $T \rightarrow \infty$ のときの極限は

$$t_{NT} \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^N s_i \int_0^1 \bar{W}_i(r) dW_i(r)}{\sqrt{\hat{\sigma}_N^2 \sum_{i=1}^N s_i^2 \int_0^1 \bar{W}_i^2(r) dr}}$$

となる. ただし, $\Rightarrow$ は弱収束を表し, $\bar{W}_s(r) = W_s(r) - \int_0^1 W_s(s) ds$, $s_i = \frac{\sigma_{ii}}{\sigma_i}$, $E(\int_0^1 \bar{W}_i(r) dW_i(r)) = -\frac{1}{2}$ である. $N \rightarrow \infty$ のときに中心極限定理を用いるために次のような平均・分散の調整を行う.

$$\begin{aligned} \mathcal{LLC} &= \frac{\sum_{i=1}^N \left(y'_{i,-1} M_{Q_i} \Delta y_i / \hat{\sigma}_i^2 + \frac{1}{2} T \hat{s}_i \right)}{\sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{\hat{\sigma}_{NT}^2 \sum_{i=1}^N y'_{i,-1} M_{Q_i} y_{i,-1} / \hat{\sigma}_i^2}}} \\ &= \frac{t_{NT}}{\sqrt{\frac{1}{2}}} - \frac{\left(-\frac{1}{2} \right) T \sum_{i=1}^N \hat{s}_i}{\sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{\hat{\sigma}_{NT}^2 \sum_{i=1}^N y'_{i,-1} M_{Q_i} y_{i,-1} / \hat{\sigma}_i^2}}} \end{aligned}$$

ここで, $\hat{s}_i = \hat{\sigma}_i / \hat{\sigma}_{ii}$, $\hat{\sigma}_{ii}$ は $\Delta y_{it} - \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T \Delta y_{it}$ から求められる長期分散である. $T \rightarrow \infty$ のあとに $N \rightarrow \infty$ とする sequential limit により, 以下を得る.

$$\mathcal{LLC} \Rightarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

以上の議論は定数項モデル(1)をベースにしているが, トレンドモデル(2)の場合でも検定手順は全く同じである. ただし, 基準化する際の平均と分散の値は異なるので, その点だけは注意する必要がある.

IPS 検定 IPS 検定では次のような対立仮説を考えている.

$$H_{1b}: \rho_1 < 1, \dots, \rho_{N_0} < 1, N_0 < N.$$

LLC 検定で考えられている対立仮説 H_{1a} と比べると, H_{1b} はいくつかの i が単位根を持つ場

合が許されており、より現実的な設定であるといえる。

IPS 検定では各 i について、次のような単位根検定の t 統計量を考える。

$$t_i = \frac{\hat{\rho}_i}{\sqrt{\hat{\sigma}_i^2(y'_{i,-1}M_{Q_i}y_i, 8_1)^{-1}}}$$

$\hat{\rho}_i = y_{i,-1}M_{Q_i}y_i / y_{i,-1}M_{Q_i}y_{i,-1}$ はモデル(1)における各 i の OLS 推定量である。ここで、各 i の t 統計量のクロスセクションの平均を

$$\bar{t}_{NT} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$$

と表すと、 $T \rightarrow \infty$ のとき

$$\bar{t}_{NT} \Rightarrow \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\int_0^1 \bar{W}_i(r) dW_i(r)}{\sqrt{\int_0^1 \bar{W}_i^2(r) dr}}$$

が得られる。そして平均と分散の調整を行った統計量を

$\mathcal{IPD} =$

$$\frac{\sqrt{N} \left(\bar{t}_{NT} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E(t_i(k_i, 0) | \rho_i = 0) \right)}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{Var}(t_i(k_i, 0) | \rho_i = 0)}}$$

とする。ここで、 $t_i(k_i, 0)$ は、 $\varphi_{i1} = \dots = \varphi_{ik_i} = 0$ の条件下に、 $E(t_{iT}(k_i, 0) | \rho_i = 0)$ 、および $\text{Var}(t_{iT}(k_i, 0) | \rho_i = 0)$ として実験から求めたものである。このとき、 $T \rightarrow \infty$ のあとに $N \rightarrow \infty$ とする sequential limit により

$$\mathcal{IPD} \Rightarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

が得られる。

LLC 検定と IPS 検定の比較 LLC 検定と IPS 検定の検定統計量の導出を比較すると、LLC 検定はデータをプールしてクロスセクションの情報を取り込んでいるのに対し、IPS 検定では各 i ごとの検定統計量の平均を取ることでクロスセクションの情報を取り入れていることがわかる³⁾。また、両検定とも個別の i ごとの単位根検定統計量は $T \rightarrow \infty$ のときは標準的分布に収束しないが、 $N \rightarrow \infty$ を考えることにより、標準正規分布に収束するという点は共通しているものの、平均を 0 にする調整において、その平均値を理論的に求めるか(LLC 検定)、シミュレーションで求めるか(IPS 検定)が両アプローチで異なる。

2.1.2 Combination 検定

Maddala and Wu(1999)、Choi(2001)は Fisher(1932)の逆カイ 2 乗検定を用いた単位根検定を提案している。 G_{iT} を主体 i の単位根検定統計量とすると、 G_{iT} の漸近的 p 値は

$$p_i = F(G_{iT})$$

となる。ここで、 $F(\cdot)$ は $T \rightarrow \infty$ のときの G_{iT} の分布関数である。Maddala and Wu(1999)は検定統計量として

$$\mathcal{P} = -2 \sum_{i=1}^N \ln p_i \Rightarrow \chi_{2N}^2$$

を提案している。一方、Choi(2001)は Maddala and Wu(1999)の検定は大きい N に対しては望ましい性質を持たないということを主張し、

$$\mathcal{Z} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \Phi^{-1}(p_i) \Rightarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

という検定統計量を提案している。ここで $\Phi(\cdot)$ は標準正規変数の分布関数である。Choi(2001)はこのフィッシャータイプの検定のメリットとして、(1) N の大きさに依存しない、(2) 各主体は異なるタイプの確率的・非確率的要素を持っても良い、(3) 非完備パネルデータでも良い、(4) 対立仮説のもとでは単位根を持つ主体と持たない主体が混在していても良い、という 4 点を挙げている。ただし、この方法の弱点は何らかの方法(例えばシミュレーション)で各 i の p 値を求める必要があることである。

2.1.3 その他単位検定

以上の 3 つの検定はパネル単位根検定の代表的なものであるが、これらの方法以外にも様々な単位根検定が提案されている⁴⁾。以下ではそれらを簡単に紹介していく。LLC、IPS 検定は $T \rightarrow \infty$ を想定していたが、Harris and Tzavalis(1999)は T 固定、 $N \rightarrow \infty$ のときの単位根検定統計量の漸近分布が次のようになることを示している。

$$\begin{aligned} \sqrt{N} \left(\hat{\rho} - 1 + \frac{3}{T+1} \right) \\ \Rightarrow \mathcal{N} \left(0, \frac{3(17T^2 - 20T + 17)}{5(T-1)(T+1)^3} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\sqrt{N} \left(\hat{\rho} - 1 + \frac{15}{2(T+2)} \right)$$

$$\Rightarrow \mathcal{N}\left(0, \frac{15(193T^2 - 728T + 1147)}{112(T+2)^3(T-2)}\right) \quad (4)$$

(3)は定数項モデル(1)に対応しており、(4)はトレンドモデル(2)に対応している。彼らの結果は T がそれほど大きくないパネルデータの単位根検定として用いることができる。また、時系列モデルで提案されている方法をパネルデータモデルに応用した研究としては、Schmidt and Phillips(1992), Amsler and Lee(1995)で提案された方法をパネルデータのケースに応用した Im, Lee and Tieslau(2005), 時系列モデルで DF 検定よりも検定力が高いことが知られている Pantula, Gonzalez-Farias and Fuller(1994), Leybourne(1995)をパネルデータに応用した Smith, Leybourne, Kim and Newbold(2004)などがある。これ以外にも、Oh and So(2004)による sign 検定, Shin, Kang and Oh(2004)による recursive mean adjustment を用いた単位根検定もある。また、構造変化がある場合の単位根検定は Murray and Papell(2000)によって議論されている。

2.2 定常性検定

Hadri(2000)は時系列モデルで提案された Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin(1992)の LM 検定をパネルデータに拡張しており、次のようなモデルを考えている。

定数項モデル: $y_{it} = \mu_i + u_{it}$,

$$u_{it} = \rho_i u_{i,t-1} + v_{it}$$

トレンドモデル: $y_{it} = \mu_i + \beta_i t + u_{it}$,

$$u_{it} = \rho_i u_{i,t-1} + v_{it} \quad (5)$$

ただし、 $i=1, \dots, N$; $t=2, \dots, T$ で、 v_{it} は全て $I(0)$ であり、それらはクロスセクション間に相関はないと想定する。帰無仮説は、以下で与えられる。

$$H_0: |\rho_i| < 1 \text{ for all } i$$

y_{it} を確定項(定数項 or 定数項+タイムトレンド)に回帰したときの残差を $\hat{e}_{it}$ として、

$$\mathcal{LM}_{NT} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T S_{it}^2}{\hat{\sigma}_i^2}$$

を定義する。ただし、 $S_{it} = \sum_{t=1}^t \hat{e}_{it}$ であり、 $\hat{\sigma}_i^2$ は $\hat{e}_{it}$ の長期分散である。 $\mathcal{LM}_{NT}$ は KPSS 検定の個別の i に関して、分散の不均一性を修正

して平均を取っていると解釈できる。そして、 $T \rightarrow \infty$ のとき

$$\mathcal{LM}_{NT} \Rightarrow \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_0^1 \{W_i(r) - rW_i(1)\}^2 dr$$

となり、 $E[\int_0^1 \{W_i(r) - rW_i(1)\}^2 dr] = 1/6$ となるので、次のような修正された統計量を提案している。

$$\overline{\mathcal{LM}}_{NT} = \frac{\sqrt{N} \left(\mathcal{LM}_{NT} - \frac{1}{6} \right)}{\sqrt{\frac{1}{45}}} \quad (6)$$

Hadri(2000)は $\overline{\mathcal{LM}}_{NT}$ は $T \rightarrow \infty$ のあとで $N \rightarrow \infty$ とする sequential limit のもとで、

$$\overline{\mathcal{LM}}_{NT} \Rightarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

となることを示している。トレンドモデル(5)の場合は(6)の $\frac{1}{6}$ と $\frac{1}{45}$ をそれぞれ $\frac{1}{15}$ と $\frac{11}{6300}$ に変更すれば良い。また、Hadri and Larsson(2005)は N が大きくて T が固定されている場合のケースを考えており、適切な基準化の下で検定統計量は標準正規分布に従うことを示している。この統計量は T がそれほど大きくないパネルデータに用いることができる。

これら以外の方法としては、例えば、Madala and Wu(1999), Choi(2001)のフィッシャータイプの検定を用いた Yin and Wu(2000), Hadri(2000)とは異なるタイプのパネル定常性検定を提案した Shin and Snell(2006), Hadri(2000)の方法を構造変化がある場合に拡張した Carrion-i-Sevestre, Del-Barrio, López-Bazo(2005), Hadri and Rao(2008)などがある⁵⁾。Camarero, Carrion-i-Silvestre and Tamarit(2006)は Carrion-i-Sevestre, Del-Barrio and López-Bazo(2005)の方法を用いて OECD19 カ国の失業率の履歴効果を検証している。

2.3 検定の特性

Karlsson and Löthgren(2000)は $I(0)$ 変数と $I(1)$ 変数が混在している場合の LLC, IPS 検定のパフォーマンスをモンテカルロ実験で比較しており、Hlouskova and Wagner(2006), Hall and Mairesse(2005)は代表的な単位根検定、定常性検定のパフォーマンスをモンテカルロ実験で比較している。これらの研究はモンテカルロ実験で比較しているのに対し、Breitung

(2000), Moon, Perron and Phillips(2006), Moon, Perron and Phillips(2007), Moon and Perron(2007)は上で紹介したいくつかの単位根検定について局所検定力を導出することで理論的に比較している。Breitung(2000)は $\phi=1-c/TN^{1/2}$ という局所対立仮説のもとでのLLC, IPS 検定の局所検定力について議論している。そして、タイムトレンドが入った場合、これらの検定の検定力は著しく低下し、その原因の1つがバイアスを修正する点にあると指摘したうえで、バイアス修正を必要としない新しい検定を提案している。しかしながら、Moon, Perron and Pllips(2006)ではBreitung(2000)が考えた局所対立仮説では漸近的検出力と検定のサイズが等しくなることを指摘し、 $\phi=1-c/TN^{1/4}$ という新しい局所対立仮説のもとでの局所検定力を導出している。Moon, Perron and Phillips(2007)はCommon Point Optimal (CPO)検定を提案し、新しい局所対立仮説のもとで、LLC 検定, Ploberger and Phillips(2002)の検定, Moon and Phillips(2004)の検定の局所検定力を導出し、Breitung(2000)の検定はLLC 検定, Moon and Phillips(2004)よりは検出力が高いが、CPO 検定, Ploberger and Phillips(2002)の検定よりは検出力が低いことを示している。また、時系列の定常性検定は単位根に近いときにサイズの歪みが著しく大きくなることが良く知られているが、同じ問題がパネル定常性検定でも生じることが知られている。

2.4 見せかけの回帰・共和分モデルの推定

2.4.1 単一方程式モデル

見せかけの回帰モデル 時系列モデルでは見せかけの回帰モデルでは一致推定できないことがPhillips(1986)によって示されている。Kao(1999)はこの問題をパネルデータの枠組みで議論しており、パネルデータを使えば、見せかけの回帰の場合でもOLSで一致推定できることを示している。

共和分モデル 時系列の共和分モデルではモデルに内生性がある場合でもOLSで一致推定できるが、2次バイアスが残るという結果が良く知られている。この問題に対して、Phillips

and Hansen(1990)はfully modified(FM)-OLS推定量, Saikkonen(1991), Phillips and Loretan(1991), Stock and Watson(1993)はダイナミック OLS 推定量を提案している。ここではこれらの推定量を次のようなパネル共和分モデルに適用した場合の結果を紹介する。

$$y_{it} = \alpha_i + \beta' x_{it} + u_{it} \quad (7)$$

$$x_{it} = x_{i,t-1} + \varepsilon_{it}$$

ここで、 $w_{it} = (u_{it}, \varepsilon'_{it})'$ とし

$$\frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{t=1}^{[Tr]} w_{it} \Rightarrow B_i(r)$$

が成立するとする。ただし、 $B_i(r)$ はベクトルブラウン運動で、以下のような各 i で共通の長期分散を持つとする。

$$\begin{aligned} \Omega &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} E(w_{ij}w'_{i0}) = \Sigma + \Gamma + \Gamma' \\ &= \begin{bmatrix} \Omega_{uu} & \Omega_{u\varepsilon} \\ \Omega'_{u\varepsilon} & \Omega_{\varepsilon\varepsilon} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

このとき、 $\Gamma = \sum_{j=1}^{\infty} E(w_{ij}w'_{i0})$ で、 $\Sigma = E(w_{i0}w'_{i0})$, $\Delta = \Sigma + \Gamma$ とする。 Σ, Γ, Δ は元の w_{it} の構造に対応して、以下のように分割されるとする。

$$\begin{aligned} \Sigma &= \begin{bmatrix} \Sigma_{uu} & \Sigma_{u\varepsilon} \\ \Sigma'_{u\varepsilon} & \Sigma_{\varepsilon\varepsilon} \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{uu} & \Gamma_{u\varepsilon} \\ \Gamma'_{u\varepsilon} & \Gamma_{\varepsilon\varepsilon} \end{bmatrix} \\ \Delta &= \begin{bmatrix} \Delta_{uu} & \Delta_{u\varepsilon} \\ \Delta'_{u\varepsilon} & \Delta_{\varepsilon\varepsilon} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ここでは、 $\Sigma_{u\varepsilon} \neq 0$ 、すなわち、説明変数と攪乱項が相関を持つと考えている。

OLS 推定量 Kao and Chiang(2000)が考察した pooled OLS 推定量は

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{OLS} &= \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)' \right)^{-1} \\ &\quad \times \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i) \right) \end{aligned}$$

である。 $T \rightarrow \infty$ のあとに $N \rightarrow \infty$ とする sequential limit を使うことにより、極限分布は高次の平均の修正を加えると、以下のように求められる。

$$\begin{aligned} \sqrt{N} T (\hat{\beta}_{OLS} - \beta) - \sqrt{N} \delta_{NT} &\Rightarrow \mathcal{N}(0, 6\Omega_{\varepsilon\varepsilon}^{-1} \Omega_{u \cdot \varepsilon}) \\ \delta_{NT} &= \left(\frac{1}{NT^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)' \right)^{-1} \\ &\quad \times \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Omega_{\varepsilon\varepsilon}^{1/2} \left(\int_0^1 \bar{W}_i(r) dW'_i(r) \right) \Omega_{\varepsilon\varepsilon}^{-1/2} \Omega'_{u\varepsilon} \right. \\ &\quad \left. + \Delta'_{u\varepsilon} \right) \end{aligned}$$

ここで, $\Omega_{u\cdot\epsilon} = \Omega_{uu} - \Omega_{u\epsilon}\Omega_{\epsilon\epsilon}^{-1}\Omega_{\epsilon u}$, $\bar{W}_i(r) = W_i(r) - \int_0^1 W_i(s)ds$ である.

FM-OLS 推定量 パネルモデル(7)の FM-OLS 推定量は次のようになる.

$$\hat{\beta}_{FM} = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)' \right)^{-1} \times \left(\sum_{i=1}^N \left(\sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i) \hat{y}_{it}^+ - T \hat{\Delta}_{eu}^+ \right) \right)$$

ここで, $\hat{y}_{it}^+ = y_{it} - \hat{\Omega}_{u\epsilon} \hat{\Omega}_{\epsilon\epsilon}^{-1} \Delta x_{it}$ and $\hat{\Delta}_{eu}^+ = \hat{\Delta}_{eu} - \hat{\Delta}_{\epsilon\epsilon} \hat{\Omega}_{\epsilon\epsilon}^{-1} \hat{\Omega}_{\epsilon u}$ である. Phillips and Moon (1999), Pedroni (2000), Kao and Chiang (2000) は FM-OLS 推定量 $\hat{\beta}_{FM}$ の極限分布は次のようになることを示している.

$$T\sqrt{N}(\hat{\beta}_{FM} - \beta) \Rightarrow N(0, 6\Omega_{\epsilon\epsilon}^{-1}\Omega_{u\cdot\epsilon})$$

DOLS 推定量 DOLS 推定量は次のような $I(1)$ 変数 x_{it} の差分の leads と lags を説明変数に追加したモデルを推定することで得られる.

$$y_{it} = \alpha_i + \beta' x_{it} + \sum_{j=-K}^K \zeta'_{ij} \Delta x_{it} + u_{it}$$

長期分散のノンパラメトリック推定が必要な FM-OLS 推定量とは異なり, DOLS 推定量は完全にパラメトリックな推定量である. Kao and Chiang (2000), Mark and Sul (2003) は時系列モデルの場合と同様にダイナミック OLS 推定量も FM-OLS 推定量と同じ漸近分布を持つことを示している. また, Westerlund (2005c) はダイナミック OLS 推定量の leads と lags の選択の問題について考察しており, Wagner and Hlouskova (2007) は FM-OLS などの共和分推定量や以下で紹介する共和分検定のパフォーマンスをモンテカルロ実験で比較している.

2.4.2 システムモデル

単位根を持つパネル VAR モデルは Binder, Hsiao and Pesaran (2005) によって議論されている. 彼らは m 変数パネル VAR(1) モデル

$$w_{it} = (I_m - \Phi) \mu_i + \Phi w_{i,t-1} + \epsilon_{it}$$

の QMLE が T が固定されているときに漸近的正規性を持ち, GMM 推定量よりも効率的であることを示している. また, Breitung (2005) は共和分 VAR(p) モデルの効率的な 2 ステップ推定量を提案している.

2.5 共和分の検定

共和分なしの検定を議論した代表的な研究は Kao (1999) である. Kao (1999) は次のような 2 変数の見せかけの回帰モデルを考えている.

$$y_{it} = \alpha_i + \beta x_{it} + u_{it}$$

ただし, y_{it} , x_{it} は $I(1)$ 変数で, 以下を満たす.

$$\Sigma = E \left(\begin{array}{c} \Delta y_{it} \\ \Delta x_{it} \end{array} \right) (\Delta y_{it} \Delta x_{it})' = \begin{bmatrix} \Sigma_{yy} & \Sigma_{yx} \\ \Sigma_{xy} & \Sigma_{xx} \end{bmatrix}$$

$$\Omega = E \left[\sum_{t=1}^T \left(\begin{array}{c} \Delta y_{it} \\ \Delta x_{it} \end{array} \right) \right] \left[\sum_{t=1}^T \left(\begin{array}{c} \Delta y_{it} \\ \Delta x_{it} \end{array} \right)' \right]' \\ = \begin{bmatrix} \Omega_{yy} & \Omega_{yx} \\ \Omega_{xy} & \Omega_{xx} \end{bmatrix}$$

Σ と Ω は, $\{\Delta y_{it}, \Delta x_{it}\}$ から推定可能である⁶⁾. ここで, 残差について, 次のような pooled OLS 推定量を考える.

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T \hat{u}_{it} \hat{u}_{i,t-1}}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T \hat{u}_{it}^2}$$

これより, t 統計量は次のようになる.

$$t = \frac{(\hat{\rho} - 1)}{\sqrt{s_e^2 (\sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T \hat{u}_{it}^2)^{-1}}}$$

ここで, $s_e^2 = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T (\hat{u}_{it} - \hat{\rho} \hat{u}_{i,t-1})^2$, $\hat{\sigma}_v^2 = \Sigma_{yy} - \hat{\Sigma}_{yx} \hat{\Sigma}_{xx}^{-1} \hat{\Sigma}_{xy}$ かつ $\hat{\sigma}_{0v}^2 = \hat{\Omega}_{yy} - \hat{\Omega}_{yx} \hat{\Omega}_{xx}^{-1}$. 以上より, 平均と分散を修正した検定統計量は以下で与えられる.

$$\mathcal{DF}_{\rho}^* = \frac{\sqrt{N} T (\hat{\rho} - 1) + \frac{3\sqrt{N} \hat{\sigma}_v^2}{\hat{\sigma}_{0v}^2}}{\sqrt{3 + \frac{36 \hat{\sigma}_v^4}{5 \hat{\sigma}_{0v}^4}}}, \\ \mathcal{DF}_t^* = \frac{t_{\rho} + \frac{\sqrt{6N} \hat{\sigma}_v}{2 \hat{\sigma}_{0v}}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{2 \hat{\sigma}_v^2} + \frac{3 \hat{\sigma}_v^2}{10 \hat{\sigma}_{0v}^2}}}$$

これらの検定統計量は, $T \rightarrow \infty$ のあとに $N \rightarrow \infty$ とする sequential limit により, 次のように標準正規分布に従う.

$$\mathcal{DF}_{\rho}^*, \mathcal{DF}_t^* \Rightarrow \mathcal{N}(0, 1)$$

Kao (1999) 以外にも Pedroni (2004), Westerlund (2005a) が共和分なしの検定を議論しており Pedroni (2004) は残差に基づいた共和分検定, Westerlund (2005a) は分散比に基づいた検定を提案している. また, 共和分ありの検定を議論した研究には, McCoskey and Kao (1998), Westerlund (2005b), Westerlund (2006a), Westerlund (2006b) があり, McCoskey and Kao

(1998)はShin(1994), Harris and Inder(1994)の共和分ありの検定をパネルデータに応用し, Westerlund(2005b)はCUSUMテストを用いて共和分ありの検定, Westerlund(2006a)は構造変化がある場合の共和分ありの検定, Westerlund(2006b)はLM検定に基づいた共和分検定のサイズを是正する方法を考えている. Gutierrez(2003)はモンテカルロ実験でこれらのいくつかの検定を比較している.

2.5.1 Johansen 検定

Larsson, Lyhagen and Lothgren(2001)はJohansen(1988)の尤度比検定をパネルVECモデル:

$$\Delta y_{it} = \Pi_i y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{k_i} \Gamma_{ij} \Delta y_{i,t-j} + \varepsilon_{it}$$

の枠組みで考察している. ただし, $\varepsilon_{it} \sim iid N(0, \Omega_i)$ を仮定する. 彼らは

$$H_0: rank(\Pi_i) = r_i \leq r \quad \text{for all } i = 1, \dots, N$$

$$H_1: rank(\Pi_i) = p \quad \text{for all } i = 1, \dots, N$$

という仮説検定を考えている. $\mathcal{LR}_i[H(r)|H(p)]$ を主体 i の尤度比検定統計量, $\overline{\mathcal{LR}}[H(r)|H(p)]$ を $\mathcal{LR}_i$ のクロスセクションの平均とすると, 検定統計量

$$\tau[H(r)|H(p)] = \frac{\sqrt{N}(\overline{\mathcal{LR}} - E(Z_{p-r}))}{\sqrt{var(Z_{p-r})}}$$

は漸的に標準正規分布に従うことが示されている. この統計量はIPSと同じ原理に基づいている.

3. クロスセクション間に相関があるモデル

前節で紹介してきたモデルでは全てクロスセクションが独立であると想定されていた. しかしながら, 例えばマクロのパネルデータを考えた場合, 独立性の仮定が成り立つとは現実的に考えにくく, クロスセクション間に相関があると考えの方が自然である. O'Connell(1998)は真のデータにクロスセクション間の相関があるが, それを無視して前節で紹介したLLC検定などを行うとサイズの歪みが著しく大きくなるという結果を得ており, クロスセクションの相関を適切に処理する必要がある. 近年の非定常パネルモデルの研究ではクロスセクション間に相関を許すモデルに注目が集まっており, 例え

ば2007年には *Journal of Applied Econometrics* にも特集号が組まれている. 本節ではこのようなクロスセクション間に相関があるモデルの代表的な研究を紹介していく.

3.1 単位根検定

O'Connell(1998), Strauss and Yigit(2003)はクロスセクション間に相関がある場合にそれを無視してLLC検定やIPS検定を行うと大きなサイズの歪みが生じることを確認している. この研究以降, クロスセクション間に相関を許すモデルの研究が非常に活発に行われてきている. Moon and Perron(2004), Bai and Ng(2004), Pesaran(2007)がこのトピックの代表的な研究である⁷⁾.

3.1.1 Moon and Perron(2004)

Moon and Perron(2004)は次のようなモデルを考えている.

$$y_{it} = \alpha_{i0} + x_{it}$$

$$x_{it} = \rho_i x_{i,t-1} + u_{it}$$

$$u_{it} = \beta_i' f_t + e_{it}$$

ここで, α_{i0} は定数項などの確定項で, f_t, e_{it} は独立な線形過程, β_i は非確率的な factor loading である. そして, 次の仮説を考えている.

$$H_0: \rho_i = 1 \quad \text{for all } i$$

$$H_1: |\rho_i| < 1 \quad \text{for some } i$$

Moon and Perron(2004)は次の2つの検定統計量を提案している.

$$t_a^* = \frac{\sqrt{N} T (\hat{\rho}_{pool}^+ - 1)}{\sqrt{2 \hat{\phi}_e^4 / w_e^4}}$$

$$t_b^* = \sqrt{N} T (\hat{\rho}_{pool}^+ - 1)$$

$$\sqrt{\frac{1}{NT^2} \text{tr}(Y_{-1} Q_\beta Y_{-1}') \frac{\bar{w}_e^4}{\hat{\phi}_e^4}}$$

ただし,

$$\hat{\rho}_{pool}^+ = \frac{\text{tr}(Y_{-1} Q_\beta Y') - NT \lambda_e^N}{\text{tr}(Y_{-1} Q_\beta Y_{-1})}$$

Y, Y_{-1} は $T \times N$ のデータ行列, $\hat{\lambda}_e^N$ は e_{it} の片側長期分散の推定値のクロスセクション平均, $Q_\beta = I_k - \hat{\beta}(\hat{\beta}'\hat{\beta})^{-1}\hat{\beta}'$, $\bar{w}_e^2$ は e_{it} の長期分散のクロスセクション平均, $\hat{\phi}_e^4$ は $\bar{w}_{e,i}^4$ のクロスセクション平均である. そして, 帰無仮説のもとで $N, T \rightarrow \infty, N/T \rightarrow 0$ のときに t_a^*, t_b^* は標準正規分布に従うことを示している. Moon and

Perron(2004)の検定はクロスセクション間の
 相関の原因である f_t を取り除いた後の系列に
 単位根検定を行っているとして解釈できる。

3.1.2 Bai and Ng(2004)

Bai and Ng(2004)は次のような factor モデル
 を考えている。

$$\begin{aligned} y_{it} &= \alpha_{i0} + \beta'_i F_t + x_{it} \\ (1-L)F_t &= f_t \\ (1-\rho_i L)x_{it} &= e_{it} \end{aligned}$$

このモデルでは、観測可能な y_{it} は確定項 α_{i0} 、
 共通要素 $\beta'_i F_t$ 、idiosyncratic(固有要因)項 x_{it}
 で構成されており、 $F_t(r \times 1)$ のうち r_0 個が I
 (0) 変数、 r_1 個が $I(1)$ 変数である。

Bai and Ng(2004)は観測されたデータ ΔY
 ($(T-1) \times N$ 行列)から主成分分析を使って ΔF_t
 と β_i を一致推定することが可能であり、残差
 $\Delta \hat{e}_{it} = \Delta y_{it} - \hat{\beta}'_i \Delta \hat{F}_t$ を計算できることを示し
 ている⁸⁾。そして、

$$\hat{f}_t = \sum_{s=2}^t \Delta \hat{f}_s, \hat{e}_{it} = \sum_{s=2}^t \Delta \hat{e}_{is} \quad (i = 1, \dots, N)$$

を計算して、 $\hat{e}_{it}$ に ADF 検定を用いて単位根
 検定し、 $\hat{f}_t$ の中の $I(1)$ 変数の数 r_1 を決める
 procedure を提案している。この Bai and Ng
 (2004)の方法の最大の特徴は Moon and Per-
 ron(2004)のように観測値そのものに対して単位
 根検定を行うのではなく、共通項 $\beta'_i F_t$ と
 idiosyncratic 項 x_{it} を別々に単位根検定する
 という点であり、提案された方法を PANIC
 (Panel Analysis of Nonstationarity in
 Idiosyncratic and Common components)と呼
 んでいる⁹⁾。

3.1.3 Pesaran(2007)

Pesaran(2007)は、制約されたモデルについ
 て、観測できない共通ショックが観測可能なデ
 ータのクロスセクションの平均で近似的に表せ
 るということを用いた検定を提案している。具
 体的には次のようなモデルを考えている。

$$\Delta y_{it} = a_i + b_i y_{i,t-1} + c_i \bar{y}_{t-1} + d_i \Delta \bar{y}_{t-1} + e_{it}$$

Pesaran(2007)は b_i の t 検定に基づいた
 cross-sectionally augmented DF(CADF)検定
 を提案している。

3.1.4 その他の方法

以上の3つの方法がクロスセクション間の相
 関を許した場合の単位根検定の代表的な研究で
 あるが、これら以外にも多くの研究が行われて
 いる。Jönsson(2005)は Beck and Katz(1995)
 の標準誤差を修正する方法を使えば LLC タイ
 プの検定を使った場合でもサイズの歪みを小さ
 くできることを示しており、Harvey and
 Bates(2003), Breitung and Das(2005)は GLS
 に基づいた単位根検定を提案している。これら
 以外にも、非線形操作変数法を用いた Chang
 (2002), ブートストラップを用いた Chang
 (2004), 操作変数法を用いた Shin and Kang
 (2006), recursive mean adjustment を用いた
 Sul(2007), 季節性を考慮した Lee and Shin
 (2006), サブサンプリングを用いた Choi and
 Chue(2007), combination 検定を使った Choi
 (2006b) などがあるが、詳細は原論文を参照さ
 れたい。

3.2 定常性検定

Jönsson(2004)はクロスセクションが独立で
 あるという仮定の下で提案された Hadri(2000)
 の定常性検定がクロスセクション間に相関があ
 る場合にどのような振る舞いになるかを考察し、
 クロスセクション間の相関がある場合にもうま
 く機能する方法を提案している。Harris,
 McCabe and Leybourne(2003)は時系列モデル
 で T とともに大きくなる k を使った k 次共
 分散が適当な標準化のもとで標準正規分布に従
 うという結果を示しているが、Harris, Leybour-
 ne and McCabe(2005)はこの結果を応用して
 パネルデータの定常性検定を提案している。ま
 た、Bai and Ng(2005)は Bai and Ng(2004)に
 基づいて定常性の検定を提案している。

3.3 検定の特性

Gengenbach, Palm and Urbain(2006b)は上
 で紹介した3つの検定と Breitung and Das
 (2005), Sul(2007)の検定が、(i)共通因子、
 idiosyncratic 項がともに $I(1)$ の場合、(ii)共通
 因子が $I(1)$ で idiosyncratic 項が $I(0)$ の場合、
 (iii)共通因子が $I(0)$ で idiosyncratic 項が I
 (1) の場合に、小標本でどのようなパフォーマ

ンスを示すかについて、モンテカルロ実験と比較している。Breitung and Das(2008)はそのシミュレーション結果を理論的に検討している。また、Gengenbach, Palm and Urbain(2006)以外にも例えばGutierrez(2006)やJang and Shin(2005)がいくつかの検定方法をモンテカルロ実験で比較している。

3.4 共和分モデルの推定と検定

3.4.1 単一方程式モデルの推定

クロスセクション間に相関がある場合の共和分モデルの推定を議論した研究はそれほど多くなく、Bai and Kao(2006), Bai, Kao and Ng(2006), Westerlund(2007b)が代表的な論文である。これらの論文では

$$y_{it} = x'_{it}\beta + e_{it} \quad e_{it} = \lambda_i F_t + u_{it}$$

という共和分モデルの β のfully modified OLS推定量の修正を考えている。ただし、Bai and Kao(2006), Westerlund(2007b)は共通ショック F_t が $I(0)$ の場合を考えているのに対し、Bai, Kao and Ng(2006)は F_t が $I(1)$ の場合を考えている点に違いがある。

3.4.2 システムモデルの推定

Larsson, Lyhagen and Lothgren(2001)はクロスセクションは独立であると仮定していたが、Larsson and Lyhagen(2007), Groen and Kleibergen(2003)はこの仮定を緩め、クロスセクション間の相関を許すVECモデルを考察している¹⁰⁾。また、Mark, Ogaki and Sul(2005), Moon and Perron(2005)は N 固定のときのSURモデルを議論している。

3.5 共和分の検定

クロスセクション間に相関がある共和分モデルの検定を議論した研究はほとんど行われておらず、代表的な研究はGengenbach, Palm and Urbain(2006)とWesterlund and Edgerton(2007)である。Gengenbach, Palm and Urbain(2006)はクロスセクションが独立であるという設定の下で提案されたKao(1999)とPedroni(1999)の共和分検定がクロスセクション間に相関がある場合にどのような振る舞いになるかを理論的に考察し、Bai and Ng(2004)に基づいた

新しい共和分なしの検定を提案している。また、Westerlund and Edgerton(2007)はブートストラップを用いた共和分ありの検定を提案している。

4. まとめと今後の話題

本稿では非定常パネルモデルの計量理論をサーベイしてきた。非定常時系列データの分析は1980年代初めから活発に行われてきたのに対し、非定常パネルデータの本格的な研究は1990年代後半から始まっており、現在でも非常に活発に研究が行われている。今後は特にパネルデータに特有なクロスセクション間の相関を考慮したモデルの開発・改善、構造変化を考慮したモデルの推定・検定などの研究がさらに行われていくと考えられる。また、非定常パネルでは多くの場合、 N と T が両方大きいという漸近論をベースにして様々な結果を導いているが、その結果の有限標本下での妥当性の議論やパフォーマンスの改善などの研究も重要なテーマである。

(広島大学大学院社会科学研究所・東北大学大学院経済学研究科・一橋大学大学院経済学研究科)

注

本稿は、一橋大学21世紀COE研究プロジェクト「社会科学の統計分析拠点構築(Hi-Stat)」における統計理論班の研究活動に基づいている。特に、同プロジェクトの故加納悟教授、北村行伸教授、黒住英司准教授には貴重なアドバイスを頂いた。また、一橋大学経済研究所定例研究会(2007年11月21日)では参加者より有益なコメントを頂いた。記して感謝したい。なお、早川は日本学術振興会特別研究員制度の、千木良は科学研究費補助金(若手研究(B)、課題番号19730156)の、山本は科学研究費補助金(総合(A)、課題番号17203016)の支援を受けた。

1) Hurlin and Mignon(2006)はクロスセクションが独立な場合を「第一世代」、クロスセクション間に相関がある場合を「第二世代」と呼んでいる。

2) 非定常パネルで用いられる漸近論についてはPhillips and Moon(2000)にまとめられている。

3) この2つのアプローチは共和分検定でも使われている。

4) Lyhagen(2000)はLLC検定、IPS検定を購買力平価説の検証に使う際の問題点を議論している。

5) Shin and Snell(2006)はjoint limitとsequential limitの関係についても簡単に考察している。

6) Ω は長期分散の方法で推定できる。

7) Hurlin and Mignon(2006)はこのトピックの非常に優れたサーベイ論文である。

8) Kapetanios(2007)は ΔF_t の代替的な推定方法を提案している。

9) PANICの問題点や改良方法に関してはMasten(2002), Westerlund(2007a), Bai and Ng(2007a)を参照されたい。

10) Banerjee, Marcellino and Osbat(2004)はcross-unitの共和分があるときにLarsson and Lyhagen(2007)で提案されている検定はうまく機能しないことをモンテカルロ実験で示し, cross-unitの共和分の有無を検定する方法を提案している。また, Banerjee, Marcellino and Osbat(2005)はcross-unitの共和分の問題を購買力平価説の点から議論している。

参考文献

- Amsler, C. and J. Lee (1995) "An LM Test for a Unit Root in the Presence of a Structural Change," *Econometric Theory*, Vol. 11, Issue 2, pp. 359-368.
- Bai, J. and C. Kao (2006) "On the Estimation and Inference of a Panel Cointegration Model with Cross-Sectional Dependence," in B. Baltagi(ed.), *Panel Data Econometrics, Theoretical Contributions and Empirical Applications*, New York, Elsevier, pp. 1-30.
- Bai, J. and S. Ng (2004) "A PANIC Attack on Unit Roots and Cointegration," *Econometrica*, Vol. 72, Issue 4, pp. 1127-1177.
- Bai, J. and S. Ng (2005) "A New Look at Panel Testing of Stationarity and the PPP Hypothesis," in D. Andrews and J. Stock (eds.), *Identification and Inference for Econometric Models: Essays in Honor of Thomas J. Rothenberg*, New York, Cambridge University Press, Chap. 18, pp. 426-450.
- Bai, J. and S. Ng (2007) "Panel Unit Root Tests with Cross-Section Dependence: A Further Investigation," mimeo.
- Bai, J., C. Kao, and S. Ng (2006) "Panel Cointegration with Global Stochastic Trends," mimeo.
- Baltagi, B. H. and C. Kao (2000) "Nonstationary Panels, Cointegration in Panels and Dynamic Panels: A Survey," in B. Baltagi (ed.) *Nonstationary Panels, Panel Cointegration, and Dynamic Panels*, Vol. 15 of *Advances in Econometrics*, Amsterdam: JAI Press, pp. 7-52.
- Banerjee, A. (1999) "Panel Data Unit Roots and Cointegration: An Overview," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 61, Issue s1, pp. 607-629.
- Banerjee, A., M. Marcellino, and C. Osbat (2004) "Some Cautions on the Use of Panel Methods for Integrated Series of Macroeconomic Data," *Econometrics Journal*, Vol. 7, Issue 2, pp. 322-340.
- Banerjee, A., M. Marcellino, and C. Osbat (2005) "Testing for PPP: Should We Use Panel Methods?" *Empirical Economics*, Vol. 30, Issue 1, pp. 77-91.
- Barbieri, L. (2006a) "Panel Cointegration Tests: A Review," mimeo.
- Barbieri, L. (2006b) "Panel Unit Root Tests: A Review," mimeo.
- Beck, N. and J. N. Katz (1995) "What to do (and not to do) with Time-Series Cross-Section Data," *American Political Science Review*, Vol. 89, Issue 3, pp. 634-647.
- Bhargava, A., L. Franzini, and W. Narendranathan (1982) "Serial Correlation and the Fixed Effects Model," *Review of Economic Studies*, Vol. 49, Issue 4, pp. 533-49.
- Binder, M., C. Hsiao, and M. H. Pesaran (2005) "Estimation and Inference in Short Panel Vector Autoregressions with Unit Roots and Cointegration," *Econometric Theory*, Vol. 21, Issue 4, pp. 795-837.
- Boumahdi, R. and A. Thomas (1991) "Testing for Unit Roots Using Panel Data," *Economics Letters*, Vol. 37, Issue 1, pp. 77-79.
- Breitung, J. (2000) "The Local Power of Some Unit Root Tests for Panel Data," in B. Baltagi (ed.), *Nonstationary Panels, Panel Cointegration, and Dynamic Panels*, Vol. 15 of *Advances in Econometrics*, Amsterdam: JAI, pp. 161-178.
- Breitung, J. (2005) "A Parametric Approach to the Estimation of Cointegration Vectors in Panel Data," *Econometric Reviews*, Vol. 24, Issue 2, pp. 151-174.
- Breitung, J. and S. Das (2005) "Panel Unit Root Tests Under Cross Sectional Dependence," *Statistica Neerlandica*, Vol. 59, Issue 4, pp. 414-433.
- Breitung, J. and S. Das (2008) "Testing for Unit Roots in Panels With a Factor Structure," *Econometric Theory*, Vol. 24, Issue 1, pp. 88-108.
- Breitung, J. and W. Meyer (1994) "Testing for Unit Roots in Panel Data: Are Wages on Different Bargaining Levels Cointegrated?" *Applied Economics*, Vol. 26, Issue 4, pp. 353-361.
- Breitung, J. and M. H. Pesaran (2007) "Unit Roots and Cointegration in Panels," in L. Matyas and P. Sevestre (eds.), *The Econometrics of Panel Data: Fundamentals and Recent Developments in Theory and Practice*: Springer.
- Camarero, M., J. L. Carrion-i-Sevestre, and C. Tamarit (2006) "Testing for Hysteresis in Unemployment in OECD Countries: New Evidence using Stationary Panel Tests with Breaks," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 68, Issue 2, pp. 167-182.
- Carrion-i-Sevestre, J. L., T. Barrio-Castro, and E. López-Bazo (2005) "Breaking the Panels. An application to the GDP per capita," *Econometrics Journal*, Vol. 8, Issue 2, pp. 159-175.
- Chang, Y. (2002) "Nonlinear IV Unit Root Tests in Panels with Cross-Sectional Dependency," *Journal of Econometrics*, Vol. 110, Issue 2, pp. 261-292.

- Chang, Y. (2004) "Bootstrap Unit root Tests in Panels with Cross-sectional Dependency," *Journal of Econometrics*, Vol. 120, Issue 2, pp. 263-293.
- Choi, I. (2001) "Unit Root Tests for Panel Data," *Journal of International Money and Finance*, Vol. 20, Issue 2, pp. 249-272.
- Choi, I. (2006a) "Nonstationary Panels," in T. C. Mills and K. Patterson (eds.), *Palgrave Handbooks of Econometrics*, Vol. 1, Basingstoke: Palgrave Macmillan, pp. 511-539.
- Choi, I. (2006b) "Combination Unit Root Tests for Cross-Sectionary Correlated Panels," in S. D. D. Corbae and B. Hansen (eds.), *Econometric Theory and Practice: Frontiers of Analysis and Applied Research*, New York: Cambridge University Press, pp. 311-333.
- Choi, I. and T. K. Chue (2007) "Subsampling Hypothesis Tests for Nonstationary Panels with Applications to the PPP Hypothesis," *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 22, Issue 2, pp. 233-264.
- Dickey, D. A. and W. A. Fuller (1979) "Distribution of the Estimates for Autoregressive Time Series With a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, Issue 366, pp. 427-431.
- Fisher, R. A. (1932) *Statistical Methods for Research Workers*, Edinburgh: Oliver and Bond, 4th edition.
- Gengenbach, C., F. C. Palm, and J. P. Urbain (2006a) "Cointegration Testing in Panels with Common Factors," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 68, Issue s1, pp. 683-719.
- Gengenbach, C., F. C. Palm, and J. P. Urbain (2006b) "Panel Unit Root Tests in the Presence of Cross-Sectional Dependencies: Comparison and Implications for Modelling," mimeo.
- Groen, J. J. J. and F. Kleibergen (2003) "Likelihood-Based Cointegration Analysis in Panels of Vector Error-Correction Models," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 21, Issue 2, pp. 295-318.
- Gutierrez, L. (2003) "On the Power of Panel Cointegration Tests: A Monte Carlo comparison," *Economics Letters*, Vol. 80, Issue 1, pp. 105-111.
- Gutierrez, L. (2006) "Panel Unit Roots Tests for Cross-Sectionally Correlated Panels: A Monte Carlo Comparison," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 68, Issue 4, pp. 519-540.
- Hadri, K. (2000) "Testing for Stationarity in Heterogeneous Panel Data," *Econometrics Journal*, Vol. 3, Issue 2, pp. 148-161.
- Hadri, K. and R. Larsson (2005) "Testing for Stationarity in Heterogeneous Panel Data Where the Time Dimension is Fixed," *Econometrics Journal*, Vol. 8, Issue 1, pp. 55-69.
- Hadri, K. and Y. Rao (2008) "Panel Stationarity Test with Structural Breaks," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 70, Issue 2, pp. 245-269.
- Hall, B. H. and J. Mairesse (2005) "Testing for Unit Roots in Panel Data: An exploration Using Real and Simulated Data," in D. Andrews and J. Stock (eds.), *Identification and Inference for Econometric Models: Essays in Honor of Thomas J. Rothenberg*, New York: Cambridge University Press, Chap. 19, pp. 451-479.
- Harris, D. and B. Inder (1994) "A Test of the Null Hypothesis of Cointegration," in C. P. Hargreaves (ed.), *Nonstationary Time Series and Cointegration*, New York: Oxford University Press, pp. 133-152.
- Harris, R. D. F. and E. Tzavalis (1999) "Inference for Unit Roots in Dynamic Panels where the Time Dimension is Fixed," *Journal of Econometrics*, Vol. 91, Issue 2, pp. 201-226.
- Harris, D., B. McCabe, and S. Leybourne (2003) "Some Limit Theory for Autocovariances Whose Order Depends on Sample Size," *Econometric Theory*, Vol. 19, Issue 5, pp. 829-864.
- Harris, D., S. Leybourne, and B. McCabe (2005) "Panel Stationarity Tests for Purchasing Power Parity with Cross-sectional Dependence," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 23, Issue 4, pp. 395-409.
- Harvey, A. and D. Bates (2003) "Multivariate Unit Root Tests and Testing for Convergence," mimeo.
- Hlouskova, J. and M. Wagner (2006) "The Performance of Panel Unit Root and Stationarity Tests: Results from a Large Scale Simulation Study," *Econometric Reviews*, Vol. 25, Issue 1, pp. 85-116.
- Hurlin, C. and V. Mignon (2006) "Second Generation Panel Unit Root Tests," mimeo.
- Im, K. S., M. H. Pesaran, and Y. Shin (2003) "Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panels," *Journal of Econometrics*, Vol. 115, Issue 1, pp. 53-74.
- Im, K. S., J. Lee, and M. Tieslau (2005) "Panel LM Unit Root Tests with Level Shifts," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 67, Issue 3, pp. 393-419.
- Jang, M. J. and D. W. Shin (2005) "Comparison of Panel Unit Root Tests under Cross Sectional Dependence," *Economics Letters*, Vol. 89, Issue 1, pp. 12-17.
- Johansen, S. (1988) "Statistical Analysis of Cointegration Vectors," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 12, Issue 2-3, pp. 231-254.
- Jönsson, K. (2004) "Testing for Stationarity in Panel Data Models when Disturbances are Cross-Sectionally Correlated," mimeo.
- Jönsson, K. (2005) "Cross-Sectional Dependency

- and Size Distortion in a Small-sample Homogeneous Panel data Unit Root Test," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 67, Issue 3, pp. 369-392.
- Kao, C. (1999) "Spurious Regression and Residual-based Tests for Cointegration in Panel Data," *Journal of Econometrics*, Vol. 90, Issue 1, pp. 1-44.
- Kao, C. and M. H. Chiang (2000) "On the Estimation and Inference of a Cointegrated Regression in Panel Data," in B. Baltagi (ed.), *Nonstationary Panels, Panel Cointegration, and Dynamic Panels*, Vol. 15 of Advances in Econometrics, Amsterdam: JAI Press, pp. 161-178.
- Kapetanios, G. (2007) "Dynamic Factor Extraction of Cross-Sectional Dependence in Panel Unit Root Tests," *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 22, Issue 2, pp. 318-338.
- Karlsson, S. and M. Löthgren (2000) "On the Power and Interpretation of Panel Unit Root Tests," *Economics Letters*, Vol. 66, Issue 3, pp. 249-255.
- Kwiatkowski, D., P. C. B. Phillips, P. Schmidt, and Y. Shin (1992) "Testing the Null Hypothesis of Stationary Against the Alternative of a Unit Root: How Sure are we that Economic Time Series Have a Unit Root?" *Journal of Econometrics*, Vol. 54, Issue 1-3, pp. 159-178.
- Larsson, R. and J. Lyhagen (2007) "Inference in Panel Cointegration Models with Long Panels," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 25, Issue 4, pp. 473-483.
- Larsson, R., J. Lyhagen, and M. Löthgren (2001) "Likelihood-based Cointegration Tests in Heterogeneous Panels," *Econometrics Journal*, Vol. 4, Issue 1, pp. 109-142.
- Lee, Y. and D. W. Shin (2006) "Unit Root Tests for Cross-Sectionally Dependent Seasonal Panels," *Economics Letters*, Vol. 93, Issue 3, pp. 311-317.
- Leybourne, S. J. (1995) "Testing for unit roots using forward and reverse Dickey-Fuller Regressions," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 57, Issue 4, pp. 559-571.
- Levin, A. and C. F. Lin (1992) "Unit Root Tests in Panel Data: Asymptotic and Finite-Sample Properties," Unpublished manuscript, University of California, San Diego.
- Levin, A., C. F. Lin, and C. J. Chu (2002) "Unit Root Tests in Panel Data: Asymptotic and Finite-Sample Properties," *Journal of Econometrics*, Vol. 108, Issue 1, pp. 1-24.
- Lyhagen, J. (2000) "Why not Use Standard Panel Unit Root Tests for Testing PPP," Stockholm School of Economics, unpublished.
- Maddala, G. S. and S. Wu (1999) "A Comparative Study of Unit Root Tests with Panel Data and a New Simple test," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 61, Issue s1, pp. 631-652.
- Mark, N. C. and D. Sul (2003) "Cointegration Vector Estimation by Panel DOLS and Long-run Money Demand," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 65, Issue 5, pp. 655-680.
- Mark, N. C., M. Ogaki, and D. Sul (2005) "Dynamic Seemingly Unrelated Cointegrating Regressions," *Review of Economic Studies*, Vol. 72, Issue 3, pp. 797-820.
- Masten, I. (2002) "A Note on Empirical Performance of PANIC," mimeo.
- McCoskey, S. and C. Kao (1998) "A Residual-Based Test of the Null of Cointegration in Panel Data," *Econometric Reviews*, Vol. 17, Issue 1, pp. 57-84.
- Moon, H. R. and B. Perron (2004) "Testing for Unit Root in Panels with Dynamic Factors," *Journal of Econometrics*, Vol. 122, Issue 1, pp. 81-126.
- Moon, H. R. and B. Perron (2005) "Efficient Estimation of the Seemingly Unrelated Regression Cointegration Model and Testing for Purchasing Power Parity," *Econometric Reviews*, Vol. 23, Issue 4, pp. 293-323.
- Moon, H. R. and B. Perron (2008) "Asymptotic Local Power of Pooled t-ratio Tests for Unit Roots in Panels with Fixed Effects," forthcoming in *Econometrics Journal*.
- Moon, H. R. and P. C. B. Phillips (2004) "GMM Estimation of Autoregressive Roots Near Unity with Panel Data," *Econometrica*, Vol. 72, Issue 2, pp. 467-522.
- Moon, H. R., B. Perron, and P. Phillips (2006) "On The Breitung Test For Panel Unit Roots And Local Asymptotic Power," *Econometric Theory*, Vol. 22, Issue 6, pp. 1179-1190.
- Moon, H. R., B. Perron, and P. C. B. Phillips (2007) "Incidental Trends and the Power of Panel Unit Root Tests," *Journal of Econometrics*, Vol. 141, Issue 2, pp. 416-459.
- Murray, C. J. and D. H. Papell (2002) "Testing for Unit Roots in Panels in the Presence of Structural Change With an Application to OECD Unemployment," in *Nonstationary Panels, Panel Cointegration, and Dynamic Panels*, Vol. 15 of Advances in Econometrics, Amsterdam: JAI Press, pp. 223-238.
- O'Connell, P. J. G. (1998) "The Overvaluation of Purchasing Power Parity," *Journal of International Economics*, Vol. 44, Issue 1, pp. 1-19.
- Oh, Y. J. and B. S. So (2004) "Robust Tests for Unit Roots in Heterogeneous Panels," *Economics Letters*, Vol. 84, pp. 35-41.
- Pantula, S. G., G. Gonzalez-Farias and W. A. Fuller (1994) "A Comparison of Unit-Root Test Criteria," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 12, Issue 4, pp. 449-459.
- Pedroni, P. (1999) "Critical Values for Cointegration Tests in Heterogeneous Panels with Multiple Regressors," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 61, Issue s1, pp. 653-670.

- Pedroni, P. (2000) "Fully Modified OLS for Heterogeneous Cointegrated Panels," in B. Baltagi (ed.), *Nonstationary Panels, Panel Cointegration, and Dynamic Panels*, Vol. 15 of *Advances in Econometrics*, Amsterdam: JAI Press, pp. 93-130.
- Pedroni, P. (2004) "Panel Cointegration: Asymptotic and Finite Sample Properties of Pooled Time Series Tests With an Application to the PPP Hypothesis," *Econometric Theory*, Vol. 20, Issue 3, pp. 597-625.
- Pesaran, M. H. (2007) "A Simple Panel Unit Root Test in the Presence of Cross Section Dependence," *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 22, Issue 2, pp. 265-312.
- Phillips, P. C. B. (1986) "Understanding Spurious Regressions in Econometrics," *Journal of Econometrics*, Vol. 33, Issue 3, pp. 311-340.
- Phillips, P. C. B. and B. E. Hansen (1990) "Statistical Inference in Instrumental Variable Regression with I (1) Processes," *Review of Economic Studies*, Vol. 57, Issue 1, pp. 99-125.
- Phillips, P. C. B. and M. Loretan (1991) "Estimating Long-run Economic Equilibria," *Review of Economic Studies*, Vol. 58, Issue 3, pp. 407-36.
- Phillips, P. C. B. and H. R. Moon (1999) "Linear Regression Limit Theory for Nonstationary Panel Data," *Econometrica*, Vol. 67, Issue 5, pp. 1057-1111.
- Phillips, P. C. B. and H. R. Moon (2000) "Nonstationary Panel Data Analysis: An Overview of Some Recent Developments," *Econometric Reviews*, Vol. 19, Issue 3, pp. 263-286.
- Ploberger, W. and P. C. B. Phillips (2002) "Optimal Testing for Unit Roots in Panel Data," mimeo.
- Quah, D. (1994) "Exploiting Cross-Section Variation for Unit Root Inference in Dynamic Data," *Economics Letters*, Vol. 44, Issue 1-2, pp. 9-19.
- Saikkonen, P. (1991) "Asymptotic Efficient Estimation of Cointegration Regressions," *Econometric Theory*, Vol. 7, Issue 1, pp. 1-21.
- Schmidt, P. and P. C. B. Phillips (1992) "LM Test for a Unit Root in the Presence of Deterministic Trends," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 54, Issue 3, pp. 257-287.
- Shin, Y. (1994) "A Residual-based Test of the Null of Cointegration Against the Alternative of no Cointegration," *Econometric Theory*, Vol. 10, Issue 1, pp. 91-115.
- Shin, D. W. and S. Kang (2006) "An Instrumental Variable Approach for Panel Unit Root Tests under Cross-Sectional Dependence," *Journal of Econometrics*, Vol. 134, Issue 1, pp. 215-234.
- Shin, Y. and A. Snell (2006) "Mean Group Tests for Stationarity in Heterogeneous Panels," *Econometrics Journal*, Vol. 9, Issue 1, pp. 123-158.
- Shin, D. W., S. Kang, and M. Oh (2004) "Recursive Mean Adjustment for Panel Unit Root Test," *Economics Letters*, Vol. 84, Issue 3, pp. 433-439.
- Smith, V., S. Leybourne, T. H. Kim, and P. Newbold (2004) "More Powerful Panel Data Unit Root Tests With an Application to Mean Reversion in Real Exchange Rates," *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 19, Issue 2, pp. 147-170.
- Stock, J. H. and M. W. Watson (1993) "A Simple Estimator of Cointegrating Vectors in Higher Order Integrated Systems," *Econometrica*, Vol. 61, Issue 4, pp. 783-820.
- Strauss, J. and T. Yigit (2003) "Shortfalls of panel unit root testing," *Economics Letters*, Vol. 81, Issue 3, pp. 309-313.
- Sul, D. (2007) "Panel Unit Root Tests under Cross Section Dependence with Recursive Mean Adjustment," mimeo.
- Wagner, M. and J. Hlouskova (2007) "The Performance of Panel Cointegration Methods: Results from a Large Scale Simulation Study," mimeo.
- Westerlund, J. (2005a) "Data Dependent Endogeneity Correction in Cointegrated Panels," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 67, Issue 5, pp. 691-705.
- Westerlund, J. (2005b) "New Simple Tests for Panel Cointegration," *Econometric Reviews*, Vol. 24, Issue 3, pp. 297-316.
- Westerlund, J. (2005c) "A Panel CUSUM Test of the Null of Cointegration," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 67, Issue 2, pp. 231-262.
- Westerlund, J. (2006a) "Reducing the Size Distortion of the Panel LM Test for Cointegration," *Economics Letters*, Vol. 90, Issue 3, pp. 384-389.
- Westerlund, J. (2006b) "Testing for Panel Cointegration with Multiple Structural Breaks," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 68, Issue 1, pp. 101-132.
- Westerlund, J. (2007a) "A Note on the Pooling of Individual PANIC Unit Root Tests," mimeo.
- Westerlund, J. (2007b) "Estimating Cointegrated Panels with Common Factors and the Forward Rate Unbiasedness Hypothesis," *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 5, No. 3, pp. 491-522.
- Westerlund, J. and D. L. Edgerton (2007) "A Panel Bootstrap Cointegration Test," *Economics Letters*, Vol. 97, Issue 3, pp. 185-190.
- Yin, Y. and S. Wu (2000) "Stationary Tests in Heterogeneous Panels," in B. Baltagi (ed.), *Nonstationary Panels, Panel Cointegration, and Dynamic Panels*, Vol. 15 of *Advances in Econometrics*, Amsterdam: JAI Press, pp. 275-296.