

証券市場価格と実証研究の問題点について

周 銘 揚

1. 問題意識

今まで、株式市場の効率性に関する実証分析は様々な角度から、色々な手法・方法が開発されたが、その分析結果を見ると相当な問題点が残されている。ここでは、株式市場の効率性に関する実証分析の2つの問題点について検討したい。

例えば、株式市場の効率性に関する実証分析では、全て株価の時系列データを使って、 t と $t-1$ 時点の株価との比較・計算によって、株価の変動性・株価収益率を検証している。それより問題意識が生まれたのである。

まず、問題になるのは株価の変動性・株価収益率を検証する際、どのような株価データを使うべきであるかということ。つい最近まで、公表されている株価時系列データでは始値、高値、安値と終値があるが、実際に行われた先行研究では、殆ど t と $t-1$ 時点の終値しか使われていない(注1)。一日の終値は勿論重要であるし(注2)、 t と $t-1$ 時点の終値との比較も確かに株価の変動性・株価収益率を計算することができる。しかし、終値だけを使って、真実の株価の変動性・株価収益率がとらえられるかどうかには問題がある。

と言うのは、入手できる株価時系列データより、一日株価の始値、高値、安値と終値の4本値がえられる。もしその4本値がそれぞれの情報を持つと考えれば、終値だけを使って $t-1$ 時点と比較・分析するには、情報量としては不十分ではなからうか。 t 時点の株価の始値は別にして、少なくともその高値と安値、すなわちその日の株価変動全幅を取入れ、終値とあわせて $t-1$ 時点と比較・分析すべきと考えられる。

最近、時間外取引・場外取引等に対応するために、集計・公表されているもう1つの株価データ(VWAP)、即ち出来高加重平均価格がある。VWAPはその

日の全ての取引価格／株数が取入れられ、終値よりその日の株価変動を正確に反映されていると思う。出来れば、実証分析もVWAPを使うべきではないかと考えられる。しかし、VWAPデータの集計がまた時間が短く、実証分析に必要な長さの時系列データが足りえないのは問題になる。それでは、今ある始値、高値、安値と終値の株価時系列データより過去のVWAPを推測できるであろう。本稿ではVWAPを推測する試みと同時にその方法を探る。

次に、問題になるのは株価の変動性・株価収益率を検証する際の具体的な計算方法である。と言うのは、今までの研究では株価の変動性・株価収益率を検証する際、その計算にあたっては、 t と $t-1$ 時点との差をとり、その値を $t-1$ で割ることによって、新たに株価の変動・株価収益率の時系列データを割り出すのである。しかし、このような方法を使うと、原系列の場合、ある期間中の始点価格と終点価格が全く同じく、つまりこの間価格変動がゼロにもかかわらなく、計算結果ではプラスの変化率・収益率がえられる。この欠陥を防ぐために、原系列を対数系列に転換し、対数系列により変化率・収益率を計算する方法もあるが、これもある期間中の総変化率・収益率を過小評価することがある。つまり対数系列の計算は元々複利計算であるはずなのに、計算結果は単利計算より小さいのである。

以下ではこれらの問題について詳しく論議することにする。むしろ、二番目の問題、つまり計算方法と計算結果の違うの問題は経済学の問題と言うより、数学・統計学の問題ととらえた方が適当かもしれない。但し、我々は実証分析する際、自己相関係数等だけ着目し、ある期間中の総変化率・収益率を過小評価することが無視できるだろうか。

2. VWAPの推測とその方法

株価の終値と言うのはある取引日の最終時点、或いはその日の最終取引で付けた価格であり、その日の他の取引で付けた価格、終値より高いであろう安いであろうとは無関係なのである。それに対して、VWAPはその名の通りその日の取引で付けたすべての価格が含まれている。勿論、VWAPは機械で自動的に計算されているが、我々はどのようにVWAPを推測するであろうか。

過去の株価時系列データよりVWAPを推測するには、使うデータは毎日の始値、高値、安値と終値の4本値がある。1つはVWAPを推測する際に、始

値を用いにくいと言う考え方である。つまりVWAPを推測することは言い換えれば、終値に対する修正で、終値に含まれていない一日の価格変動幅を取入れることである。これは高値と安値のデータを使えば充分であると考えられる。

一日の高値と安値を使って、VWAPを推測する、或いは終値を修正するには3つの方法が考えられる。①は単に高値と安値の平均値を取る。②は終値、高値と安値の平均値を取る。③は終値と高値の平均値と終値と安値の平均値を求め、更にその2つの平均値を取る方法である。具体的には、3つの方法でt時点のVWAPの推測値をそれぞれ P_{1t} 、 P_{2t} と P_{3t} 、t時点の終値を C_t 、t時点の高値と安値をそれぞれ H_t 、 L_t にすると

$$(1.1) \quad P_{1t} = (H_t + L_t) / 2$$

$$(1.2) \quad P_{2t} = (C_t + H_t + L_t) / 3$$

$$(1.3) \quad P_{3t} = \{ \{ (C_t + H_t) / 2 \} + \{ (C_t + L_t) / 2 \} \} / 2 \\ = (2C_t + H_t + L_t) / 4$$

になる。

以上の式が別の方法、つまり終値(C_t)プラス1つの訂正式の形で表示することもできる。訂正式を A にすると

$$(1.4) \quad P_{1t} = C_t + A_1 \\ = C_t + (H_t + L_t) / 2 - C_t \\ = C_t + \{ (H_t + L_t) - 2C_t \} / 2 \\ A_1 = \{ (H_t + L_t) - 2C_t \} / 2$$

$$(1.5) \quad P_{2t} = C_t + A_2 \\ = C_t / 3 + (H_t + L_t) / 3 \\ = C_t / 3 + 2C_t / 3 + (H_t + L_t) / 3 - 2C_t / 3 \\ = C_t + \{ (H_t + L_t) - 2C_t \} / 3 \\ A_2 = \{ (H_t + L_t) - 2C_t \} / 3$$

$$(1.6) \quad P_{3t} = C_t + A_3 \\ = (2C_t + H_t + L_t) / 4 \\ = C_t / 2 + (H_t + L_t) / 4 \\ = C_t / 2 + C_t / 2 + (H_t + L_t) / 4 - C_t / 2 \\ = C_t + (H_t + L_t - 2C_t) / 4 \\ A_3 = \{ (H_t + L_t) - 2C_t \} / 4$$

になる。

(1.4)式から(1.6)式までのAの修正式には共通の部分がある。これを $B=(Ht + Lt) - 2Ct$ にとすると、 A_1 、 A_2 と A_3 がそれぞれ $1/2 B$ 、 $1/3 B$ と $1/4 B$ であることが分かる。(1.4)式から(1.6)式までの関係がB式で分かるように、 $Ct > (Ht + Lt)$ の平均値であれば、 A_1 、 A_2 と $A_3 < Ct$ 、 $A_1 > A_2 > A_3$ で、そして $P_{3t} > P_{2t} > P_{1t}$ である。逆に、 $Ct < (Ht + Lt)$ の平均値であれば、 A_1 、 A_2 と $A_3 > Ct$ 、 $A_1 < A_2 < A_3$ で、そして $P_{3t} < P_{2t} < P_{1t}$ である。これは A_3 が終値の影響を一番大きくうけているし、終値に対する修正が一番小さいためである。

では、 P_{1t} 、 P_{2t} と P_{3t} がどちらかがVWAPの推測値として適当であろうか。(1.1)式から(1.6)式をよく考えると、まず気にすることは(1.1)式の $P_{1t}=(Ht + Lt)/2$ で示しているように、 P_{1t} が異なる Ct にもかかわらず同じ値になることである。これはVWAPを推測する、或いは終値を修正するには P_{1t} が適切ではないかと考えられる。次に(1.2)式の $P_{2t}=(Ct + Ht + Lt)/3$ の後ろ部分を分解し、 $P_{2t}=Ct/3 + (Ht + Lt)/3$ に対する説明がやや難しい。その(1.1)と(1.2)式に対して(1.3)式の

$$P_{3t} = \{[(Ct + Ht)/2] + \{(Ct + Lt)/2\}\}/2$$

$$\begin{aligned} P_{3t} &= (2Ct + Ht + Lt)/4 \\ &= [Ct + \{(Ht + Lt)/2\}]/2 \end{aligned}$$

が何れも簡単に説明がつくので、 P_{3t} がVWAPの推測値として一番適当ではないかと考えている。

これでは、quick社が公表している東証一部1397銘柄の1日VWAPのデータを試して見たら、意外な結果が出てきた。念のために、新に P_{4t} = 始値、高値、安値と終値の平均値を取る方法もつけくわえることにする。検証した結果はVWAPに近似する推測値の中で一番多いのは P_{1t} と P_{4t} で、それぞれ25%ぐらいで、しかも P_{1t} と P_{4t} が同じ値である数も20%以上ある。全体に占める割合が P_{1t} と P_{4t} をあわせて約七割強、 P_{3t} が約6分の1で、 P_{2t} が一番少ないのである。もう1つの注目点は P_{1t} から P_{4t} までのVWAPの推測値とVWAPの差がほぼ上下2%以下に押さえられ、特に、VWAPに一番近似する推測値は殆ど上下1%未満である。

以上の検証結果で分かることは(注3)、まず、VWAPが終値よりランダムであるため、1つの方法だけで一番近似する推測値をえることが無理である。次

に、VWAPが分かる場合とVWAPが分からない場合に分けて考える必要があるかもしれない。つまりVWAPが分かる場合、その一番近似する推測値が選べられるが、VWAPが分からない場合、VWAPを推測するには1つの方法で選べられなければならないからのである。最後に、VWAPの推測値が何のために使うにもかかわっている。と言うのは、①もしも終値の時系列データの変わりに、新にVWAPの推測値の時系列データだけを使って、 $(P_t - P_{t-1})/P_{t-1}$ のように実証分析するだったら、VWAPに一番近似する推測値を求める必要がある。それに対して、②VWAPの推測値と終値の時系列データ両方を使って、 $(P_t - C_{t-1})/C_{t-1}$ のように検証するだったら、 P_{1t} 、 P_{2t} 、 P_{3t} と P_{4t} のどちらが最適であるかを考えればよいのである。

結論から言えば、②のために使う場合、 P_{3t} が最適ではないかと考えている。その根拠は、まず、 P_{3t} に対する説明が分かりやすい。次に、 P_{1t} が異なる C_t にもかかわらず同じ値になること、 $P_{2t} = C_t/3 + (H_t + L_t)/3$ に対する説明が難しいことに加えて、 P_{2t} が実際のVWAPに近似する推測値の中で一番少ないことを考えると、 P_{1t} と P_{2t} は最適ではないと思われる。最後に、 P_{4t} がVWAPに近似する推測値の数が多いが、終値に対する修正のこと、VWAPに近似する推測値が P_{4t} と P_{1t} がたぶん同じ値であることを考えると、避けるべきではないかと思われる。

以上の(1.6)式は原時系列データより $C_t - C_{t-1}$ に対する修正、即ち $(C_t - C_{t-1}) + A_3$ 、或いは $P_{3t} - C_{t-1}$ を直接計算することもできる。(1.6)式を使うと

$$\begin{aligned}
 (1.7) \quad (C_t - C_{t-1}) + A_3 &= (C_t - C_{t-1}) + (P_{3t} - C_t) \\
 &= P_{3t} - C_{t-1} \\
 &= C_t + (H_t + L_t - 2C_t)/4 - C_{t-1} \\
 &= (H_t + L_t + 2C_t)/4 - C_{t-1} \\
 &= \{(H_t + L_t)/2\} + C_t - 2C_{t-1} / 2
 \end{aligned}$$

になる。

最後に、現実市場との関係については、問題意識の注2のところにも触れたように、VWAPとVWAP推測値、あるいは一定期間、その4本値の平均値のような価格が指数先物とオプションの特別清算値(SQ値)、及び時価総額等機関投資家の投資損益を計るべきではないかと考えられる。これはある特定時点

前後に良く見られるお化粧買い，売り買い両方の争いによる価格変動を避けられるためである。

3. 株価の変動性・株価収益率の計算について

今までの株式市場の効率性に関する実証分析のほとんどは株価の時系列データを使って， t と $t-1$ 時点の株価との比較・計算によって，株価の変動性・株価収益率を検証するのである。その計算については，原系列を利用する場合， $(Z_t - Z_{t-1})/Z_{t-1}$ の方法で，株価の変動性・株価収益率(の新しい時系列データ)を割り出し，所謂単利計算法である。それに対して原系列を対数に転換し， $\ln t - \ln t-1$ の計算で株価の変化率・収益率(時系列データ)を出す方法は複利計算法である。しかし，日々対数系列により計算方法がある期間中の総変化率・収益率を過小評価することが気にする。つまり対数系列の計算は元々複利計算であるはずなのに，計算結果は単利計算よりも小さいのである。ここで問題になるのは t と $t-1$ 時点の株価を比較する際，プラスの値になるかマイナスの値になるかによって，その変化率には差が出るにかかわっているのである。これは数学・統計学的には何にも問題にならないが，株式市場の効率性を実証分析するには問題になる可能性がある。

今，下の仮の一組データ(表1)を検討する。

表 1

A	B	C	D	E	F	G	H
原系列	単利法	対数系列	対数法	平均法	D-E	単利法2	D-G
100		4.60517					
110	0.1	4.70048	0.09531	0.095238	7.21E-05	0.1	-0.00469
120	0.090909	4.787492	0.087011	0.086957	5.49E-05	0.090909	-0.0039
130	0.083333	4.867534	0.080043	0.08	4.27E-05	0.083333	-0.00329
140	0.076923	4.941642	0.074108	0.074074	3.39E-05	0.076923	-0.00282
150	0.071429	5.010635	0.068993	0.068966	2.74E-05	0.071429	-0.00244
140	-0.06667	4.941642	-0.06899	-0.06897	-2.7E-05	-0.07143	0.002436
130	-0.07143	4.867534	-0.07411	-0.07407	-3.4E-05	-0.07692	0.002815
120	-0.07692	4.787492	-0.08004	-0.08	-4.3E-05	-0.08333	0.003291
110	-0.08333	4.70048	-0.08701	-0.08696	-5.5E-05	-0.09091	0.003898
100	-0.09091	4.60517	-0.09531	-0.09524	-7.2E-05	-0.1	0.00469
総変動	0.033333		0	0	0	0	0

表1で分かることは、まず、A列で示されるように価格が100から100までの期間中、つまりA列の始点と終点の総変動率・収益率がゼロにもかかわらず、B列の単利法では総変動率・収益率がプラスになっている。次に、D列の対数法がA列の計算結果と同じく総変動率・収益率がゼロになっているが、複利法の計算結果が単利計算より小さいのである。最後に、もっと調べるために、ここでは、E列は $(Z_t - Z_{t-1}) / \{(Z_t + Z_{t-1}) / 2\}$ の方法で計算され、平均法と呼ぶ。G列はやや複雑で、 $Z_t - Z_{t-1}$ がプラスであれば、 $(Z_t - Z_{t-1}) / Z_{t-1}$ で、 $Z_t - Z_{t-1}$ がマイナスであれば、 $(Z_t - Z_{t-1}) / Z_t$ の方法で計算されている。勿論、逆に、 $Z_t - Z_{t-1}$ がプラスであれば、 $(Z_t - Z_{t-1}) / Z_t$ で、 $Z_t - Z_{t-1}$ がマイナスであれば、 $(Z_t - Z_{t-1}) / Z_{t-1}$ のX方法で計算することもできる。表1では何れの方法もD列の対数法と同じく総変動率・収益率がゼロになっている。ここでは、D列の対数法とE列の平均法の計算経過値がよく近似していることが注目される。

表1が仮のデータであるために、A列の始点と終点の方法、D列の対数法、E列の平均法、G列及びX方法の総変動率・収益率の結果が同じになっているが(注4)、実際データの計算結果がずいぶん違うのである。中国上場企業のデータを使った計算結果が、A列のように始点と終点の価格で計算する総変動率・収益率の結果を基準にすると、D列の対数法とE列の平均法の総変動率・収益率がA列より遥かに小さく、しかも表1と同じく両方法の総変動率・収益率の差が小さいのである。それに対して、G列の総変動率・収益率がA列の結果に一番近く、X方法がD列とE列の方法よりA列の結果に遠い離れている。

それでは以上の検証結果が何か意味があるかという、これは例えばランダム・ウォーク仮説を検定する際、その自己相関係数の値の大きさにかかわっている。同じ中国上場企業のデータを使って、G列の方法で計算した一次自己相関係数が全てD列の対数法より大きな値がえられたのである。更に、D列の対数法とE列の平均法の一次自己相関係数がよく近似していることも分かるのである。

要するに、以上の検討結果はわれわれが時系列データを使って実証分析する際、ある期間中総変動率・収益率が意味あるかどうかにかかわっている。そして、もしもある期間中総変動率・収益率が意味あるという、どの時系列データを使うべきが問題になる。勿論、自己相関係数を検定する際、異なる時系列

データの特性がよく考えなければならないのである。

(注1)

今まで、始値を使って営業時間内と営業時間外別の株価収益率に関する先行研究がある。実際の取引については、日本のミニ株取引が毎日の始値1本で取引されている。日本では、指数先物とオプションの特別清算値(SQ値)がSQ日指数構成銘柄の始値で決められている。それに対して、アメリカでは、SQ値がSQ日指数構成銘柄の終値で決められている。

(注2)

終値の重要性と言うのは終値が時価評価の一般基準になっており、時価総額及び機関投資家の投資損益を計るものさしのためである。もう1つ、終値がその取引日の需給関係を一番反映しているとの説もあるが、疑問にすべきではないか。

(注3)

もちろん、1日VWAPの推測結果だけが結論をだすのは不十分で、更なる日数を増やし推測し、その集計結果を見ることが必要である。

(注4)

X方法の計算結果が表1にはのらなかった。